

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по формированию математической грамотности обучающихся 5-9-х классов
с использованием открытого банка заданий на цифровой платформе

Москва, 2021

Авторский коллектив: Рослова Лариса Олеговна (руководитель направления), Рыдзе Оксана Анатольевна, Квитко Елена Сергеевна, Краснянская Клара Алексеевна, Карамова Ирина Игоревна, Ковалева Галина Сергеевна (руководитель проекта), Колачев Никита Игоревич (тестолог направления)

Под ред. Г.С. Ковалевой, Л.О. Рословой

Аннотация

Методические рекомендации являются частью системы учебно-методических материалов по формированию функциональной грамотности обучающихся 5-9-х классов. Разработка материалов осуществлена по заданию Министерства просвещения Российской Федерации.

В пособии отражены концептуальные подходы и практики международных сравнительных исследований качества образования (TIMSS, PISA), представлены научно-методические разработки современных российских ученых и педагогов.

Методические материалы включают характеристику системы заданий и диагностических материалов для формирования и оценки математической грамотности, размещенных в электронном формате на платформе Российской электронной школы (РЭШ). Представлены рекомендации по включению инновационных заданий в учебный процесс основной школы, контрольно-оценочную деятельность учителя математики и администрации общеобразовательной организации. Задания предложенной системы могут быть использованы для проведения внутришкольного мониторинга формирования функциональной грамотности.

Материалы представляют интерес для широкого круга специалистов в области математического образования: учителей математики, преподавателей педагогических вузов и колледжей, методистов системы повышения квалификации учителей, разработчиков материалов для оценки качества образования.

Методические рекомендации разработаны в рамках государственного задания ФГБНУ «Институт стратегии развития образования Российской академии образования» № 073-00007-21-01 на 2021 год «Методическое сопровождение открытого банка заданий для формирования функциональной грамотности обучающихся на цифровой платформе».

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	4
Раздел 1. Описание системы комплексных заданий открытого банка для формирования математической грамотности: особенности заданий, их характеристики и система оценивания	9
1.1. Концептуальные рамки оценки математической грамотности в исследовании PISA.....	9
1.2. Общие подходы к составлению заданий.....	11
1.3. Структура комплексного задания и характеристики заданий.....	14
1.4. Основные элементы содержания, выделяемые для формирования и оценки математической грамотности.....	19
1.5. Инновации в оценке математической грамотности в рамках международного исследования PISA 2021-2022, проводимого в форме компьютерного тестирования.....	26
Раздел 2. Использование заданий открытого банка для формирования математической грамотности в учебном процессе.....	35
2.1. Использование заданий для формирования математической грамотности.....	35
2.2. Использование заданий для оценки математической грамотности.....	43
2.3. Предупреждение типичных трудностей в изучении математики средствами открытого банка заданий	47
Раздел 3. Использование диагностических работ для проведения внутришкольного мониторинга формирования функциональной грамотности.	50
ЛИТЕРАТУРА.....	58
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Спецификация диагностических работ по функциональной грамотности для учащихся 9-х классов: математическая грамотность	60
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Диагностическая работа (9 класс).....	65

ВВЕДЕНИЕ.

В указе президента России В.В. Путина от 7 мая 2018 года определены национальные цели и стратегические задачи развития Российской Федерации на период до 2024 года. В целях осуществления прорывного научно-технического и социально-экономического развития страны планируется обеспечение вхождения России в число пяти крупнейших экономик мира, в том числе обеспечение темпов экономического роста выше мировых. Правительству Российской Федерации поручено обеспечить глобальную конкурентоспособность российского образования, вхождение нашей страны в число 10 ведущих стран мира по качеству общего образования¹.

Международные исследования в области образования год за годом подтверждают, что российские учащиеся сильны в области предметных знаний, но у них возникают трудности во время переноса предметных знаний в ситуации, приближенные к жизненным реальностям. Основной причиной невысоких результатов российских учащихся 15-летнего возраста (выпускников основной школы) является недостаточная сформированность у учащихся способности использовать (переносить) имеющиеся предметные знания и умения при решении задач, приближенных к реальным ситуациям, а также невысокий уровень овладения общеучебными умениями – поиска новых или альтернативных способов решения задач, проведения исследований или групповых проектов.

Данная причина в основном связана с особенностями организации учебного процесса в российских школах, его ориентации на овладение предметными знаниями и умениями, решение типичных (стандартных задач), как правило, входящих в демоверсии или банки заданий ОГЭ и ЕГЭ. Следует также отметить недостаточную подготовку учителей в области формирования функциональной грамотности, а также отсутствие необходимых учебно-методических материалов.

Решить проблему повышения функциональной грамотности школьников можно только:

- при системных комплексных изменениях в учебной деятельности учащихся;
- переориентации системы образования на новые результаты, связанные с «навыками 21 века» – функциональной грамотностью учащихся и развитием позитивных стратегий поведения в различных ситуациях.

В связи с этим, одной из задач Министерства просвещения Российской Федерации становится разработка учебно-методических материалов для организации

¹<http://www.kremlin.ru/events/president/news/57425>

учебного процесса, направленных на формирование у учащихся навыков, необходимых выпускникам школ для активной жизни в современном обществе, а также организация мониторинга формирования способности применять полученные в процессе обучения знания для решения различных учебных и практических задач (функциональной грамотности). Это актуальное для реализации задач, поставленных президентом России, направление включает разработку национального инструментария и технологии оценки функциональной грамотности, а также проведение работ по оценке качества общего образования на основе методологии и инструментария международных исследований качества подготовки обучающихся.

Для представления содержания измерительных материалов по шести составляющим функциональной грамотности были сформированы спецификации по математической, естественно-научной и читательской грамотности, по финансовой грамотности, глобальным компетентностям и креативному мышлению.

Спецификация измерительных материалов каждого направления имеет следующую структуру: цель разработки системы заданий; документы, определяющие содержание работы; актуальность разработки заданий для оценки функциональной грамотности по данному направлению; подходу к отбору содержания; подходы к разработке структуры банка заданий; структура банка заданий (описание основных характеристик блока заданий); литература.

Документами, определяющими содержание работы, по всем шести направлениям функциональной грамотности являются федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования и примерная основная образовательная программа основного общего образования, а также материалы международного сравнительного исследования и др. материалы.

Согласно определению известного психолога А.А. Леонтьева, функциональная грамотность предполагает способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений. Методологической основой разработки заданий для формирования и оценки функциональной грамотности выбрана концепция современного международного исследования PISA (Programme for International Students Assessment), результаты которого используются многими странами мира для модернизации содержания и процесса обучения.

Основой для разработки инструментария для формирования и оценки функциональной грамотности являются материалы международного исследования PISA

(концептуальные рамки, примеры заданий и результаты выполнения заданий российскими учащимися). При этом используются все отечественные инновационные разработки в данной области.

Концептуальные рамки для разработки заданий по функциональной грамотности разрабатывались с учётом особенностей учащихся, но с ориентацией на рамки PISA-2022.

Основой для разработки банка заданий, как правило, являются различные ситуации реальной жизни. Тексты и ситуации для учащихся 5-9-х классов по функциональной грамотности подбирались с учётом их возрастных особенностей, релевантности для жизни, интереса учащихся и развития познавательной активности учащихся.

По каждой ситуации разрабатываются задания, оценивающие различные компетенции, обозначенные в концептуальных рамках. Задания, объединённые в тематические блоки, составляют измерительный инструментарий для оценки функциональной грамотности (также, как и в исследовании PISA). Блок заданий включает в себя описание реальной ситуации, представленное, как правило, в проблемном ключе, и ряд вопросов-заданий, относящихся к этой ситуации.

Каждый блок состоял из нескольких комплексных заданий, разработанных на основе реальных жизненных ситуаций, как правило, в проблемном ключе, и нескольких вопросов-заданий, относящихся к этой ситуации.

В таблице 1 представлено число комплексных заданий и отдельных заданий к ним по шести направлениям функциональной грамотности для обучающихся 5-9-х классов.

Таблица 1

Число комплексных заданий и отдельных заданий для 5-9-х классов, разработанных в рамках проекта

Область функциональной грамотности	Число заданий	
	Комплексные задания	Отдельные задания
Математическая грамотность	98	328
Естественно-научная грамотность	29	135
Читательская грамотность	40	324
Финансовая грамотность	39	199
Глобальные компетенции	44	208
Креативное мышление	61	209
Итого	311	1398

Решение задачи развития у учащихся способности использовать в реальной жизни знания и умения из различных областей, осваиваемых в школе и вне школы, – это принципиально новый ожидаемый от школы образовательный результат. И его новизна в настоящее время начинает отражаться, прежде всего, на уровне формирования нового способа педагогического мышления, нового отношения к тем результатам познания, которые обеспечивают благополучие в жизни, конструктивное решение жизненных проблем.

Степень актуализации задачи развития функциональной грамотности зависит от позиции конкретного учителя, методиста, руководителя образовательной организации относительно приоритетов в определении образовательного результата. И определяет эту позицию решение дилеммы: что предпочтительнее – знание фактов и умение решать типовые учебные задачи или способность действовать в реальной жизненной ситуации. Вторая альтернатива, фиксирующая первостепенную важность образовательного результата, связанного со способностью действовать в реальной жизненной ситуации, уже начинает собирать вокруг себя единомышленников, сознательно подчиняющих образовательный процесс рассматриваемой актуальной для сегодняшнего дня задаче.

В ходе реализации проекта «Мониторинг формирования функциональной грамотности», осуществляемого Институтом стратегии развития образования Российской академии образования, в рамках которого акцентируется необходимость введения данного направления в школу, само понятие функциональной грамотности разрабатывается в единстве его составляющих. И инструментарий, создаваемый с учетом подходов международного исследования PISA, дает возможность школам реализовать задачу интеграции учителей.

Задача развития функциональной грамотности может реально стать объединяющим, интегрирующим началом для преподавателей разных предметов, всех педагогов одной образовательной организации, школ, реализующих передовые образовательные практики. И такая интеграция объективно будет способствовать преодолению серьезного, существующего годами противоречия между традиционно реализующимся предметным преподаванием и достаточно выраженной разрозненностью образовательных результатов, формирующихся в рамках отдельных предметов, с одной стороны, и задачей целостного и гармоничного развития ребенка в его подготовке к реальной жизни, с другой стороны.

Отмечая потенциал отдельных предметов учебного плана для развития функциональной грамотности, подчеркнем еще раз важность межпредметных связей. Опыт показывает, что формирование функциональной грамотности в рамках одного

какого-либо предмета малоэффективно. Эффект дает выход за рамки предмета в более широкое образовательное пространство.

Разработанные материалы послужат основой для проведения работ по различным направлениям, связанным с проведением в России международных и национальных исследований качества образования, что должно повысить эффективность использования результатов данных исследований для повышения качества российского образования.

Подготовленные банки заданий и методические рекомендации по их использованию в учебном процессе могут служить педагогической базой для разработки заданий по функциональной грамотности, а также для системы повышения квалификации учителей (оценки их профессиональной компетентности и формирования стратегий развивающего обучения).

Изучение практик, направленных на развитие функциональной грамотности, позволяет сделать определенные выводы. В частности, практика свидетельствует о том, что в работе учителя, ориентированной на формирование функциональной грамотности, большую роль играют разработанные для этих целей учебно-методические пособия.

Независимо от того, в каком конкретно направлении функциональной грамотности эта деятельность осуществляется, ее содержание прежде всего будет включать обращение к ситуационному (контекстному) материалу, содержащему проблемы, требующие решения. Этот ситуационный (контекстный) материал и будет задавать специфический для функциональной грамотности вектор разворачивания познавательной деятельности – от обнаружения проблемы, проявившейся в той или иной ситуации, и запроса на ее решение к необходимым для ее решения знаниям и умениям. Именно ситуативность заданий адресует учащихся к конкретным практическим решениям и действиям в определенных ситуациях, в том числе и в своей собственной жизненной практике [5].

Предъявление учащимся и выполнение ими контекстных заданий по проблематике различных направлений функциональной грамотности, разработанных на основе проблемных ситуаций, является, таким образом, важным видом познавательной и практической деятельности, в ходе которой развивается функциональная грамотность. И эта деятельность требует, во-первых, применения осваиваемых школьниками знаний, умений и опыта, а во-вторых, переноса осваиваемых в рамках предметных областей знаний и умений на более широкую познавательную и практическую область – область, расширяющуюся по мере взросления школьников, а в конечном счете, охватывающую всю их жизнедеятельность.

И, наконец, важна интеграция профессионалов, разрабатывающих учебные, методические, оценочные программы и материалы для общеобразовательных школ, направленные на развитие функциональной грамотности.

Раздел 1. Описание системы комплексных заданий открытого банка для формирования математической грамотности: особенности заданий, их характеристики и система оценивания

Введение

Методологической основой для разработки заданий, предназначенных для формирования и оценки функциональной грамотности, была выбрана концепция международного исследования PISA (Programme for International Student Assessment), целью которого является оценка подготовки 15-летних учащихся по шести направлениям, одним из которых является математика.

Оценка математической подготовки 15-летних учащихся в исследовании PISA основана на следующем определении математической грамотности: «Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира». [10, p.67; 11, p.8]

Содержание, которое организаторы исследования вкладывают в это понятие, фактически сведено к так называемой «функциональной грамотности», которая, по словам А.А. Леонтьева, предполагает способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений [3].

1.1. Концептуальные рамки оценки математической грамотности в исследовании PISA

Принятое определение математической грамотности повлекло за собой разработку особого инструментария исследования: учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а *близкие к реальным проблемные ситуации*, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.

Основа организации исследования математической грамотности включает три структурных компонента:

- *контекст*, в котором представлена проблема;
- *содержание математического образования*, которое используется в заданиях;
- *мыслительная деятельность*, необходимая для того, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математическим содержанием, необходимым для её решения.

Контекст задания – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках предлагаемой ситуации. Эти ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют для своего решения большей или меньшей математизации. Выделены и используются 4 категории контекстов, близкие учащимся: *общественная жизнь, личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, и научная деятельность* [12, с. 29-31].

Математическое содержание заданий в исследовании распределено по четырем категориям: *пространство и форма, изменение и зависимости, количество, неопределённость и данные*, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействиях с повседневными явлениями [12, с. 23-28]. Название каждой из этих категорий отражает обобщающую идею, которая в общем виде характеризует специфику содержания заданий, относящихся к этой области.

В совокупности эти обобщающие идеи охватывают круг математических тем, которые, с одной стороны, изучаются в школьном курсе математики, с другой стороны, необходимы 15-летним учащимся в качестве основы для жизни и для дальнейшего расширения их математического кругозора:

- *изменение и зависимости* – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом;
- *пространство и форма* – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу;
- *количество* – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики;
- *неопределённость и данные* – задания охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

По сравнению с более традиционным подходом к представлению содержания по разделам математики, распределение его вокруг четырёх фундаментальных понятий позволяет более широко охарактеризовать результаты, показанные учащимися, с позиций овладения идеями, тесно связанными с сущностью реальных явлений окружающего мира. Уровень овладения этими идеями позволяет предметно оценивать возможности учащихся в использовании полученных знаний в повседневной жизни.

Для описания **мыслительной (когнитивной) деятельности** при разрешении предложенных проблем используются следующие глаголы: *формулировать, применять и интерпретировать, рассуждать*, которые указывают на когнитивные процессы, которые будут актуализироваться:

- формулировать ситуацию на языке математики (на этапе перевода реальной ситуации в математическую модель и постановки математической задачи);
- применять математические понятия, факты, процедуры (на этапе решения сформулированной математической задачи);
- интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты (на этапе обработки, анализа результата и получения ответа);
- рассуждать.

Так как каждый из первых трех когнитивных процессов опирается на математические рассуждения, разработчики концепции исследования PISA-2022 использовали те же мыслительные процессы, что и на предшествующих этапах исследования, но дополнили их рассуждениями.

1.2. Общие подходы к составлению заданий

Выбор направленности на развитие и оценку математической грамотности учащихся, отвечающей концепции исследования PISA-2021, привел к необходимости изменить подходы к определению содержания и формы проверочных заданий по сравнению с работами, направленными на оценку учебных достижений учащихся. В связи с этим в качестве основы для разработки заданий приняты материалы международного исследования PISA в части оценки математической грамотности (концептуальные рамки, примеры заданий в исследовании PISA-2021, содержание и результаты выполнения российскими учащимися заданий в исследованиях 2003-2018 гг.) [12].

Ниже изложены **основные подходы** к оценке и формированию математической грамотности.

1. Учащимся предлагаются не учебные задачи, а контекстуальные, практические проблемные ситуации, разрешаемые средствами математики – комплексные задания. Контекст, в рамках которого предложена проблема, должен быть действительно жизненным, а не надуманным. Ситуации должны быть характерными для повседневной учебной и внеучебной жизни учащихся (например, связаны с личными, школьными или общественными проблемами). Поставленная проблема должна быть нетривиальной, интересной и актуальной для учащихся того возраста, на который она рассчитана.

2. Для выполнения комплексного задания требуется холистическое, т.е. целостное, а не фрагментарное, применение математики. Это означает, что требуется осуществить весь процесс работы над проблемой: от понимания, включая формулирование проблемы на языке математики, через поиск и осуществление её решения, до сообщения и оценки результата, а не только часть этого процесса (например, решить уравнение или упростить алгебраическое выражение).

3. Мыслительная деятельность, осуществляемая при выполнении комплексного задания, описывается в соответствии с концепцией PISA-2021.

4. Для разрешения предложенной проблемной ситуации требуются знания и умения из разных разделов курса математики основной школы, соответствующие темам, выделенным в PISA, и планируемым результатам в объёме ФГОС ООО [8] и Примерных основных образовательных программ [6, 7].

5. Комплексное задание может включать вопросы/задания в широком диапазоне сложности: от низкого уровня овладения математической грамотностью, который проявляется в способности применить математические умения только в ситуациях, близких к изученным в рамках курса математики, до высокого уровня, обеспечивающего способность справляться со сложными незнакомыми проблемными ситуациями, включая самостоятельное моделирование и исследование ситуации.

Для разработки заданий были сформулированы **основные требования, предъявляемые к заданиям** [5, 13]:

Комплексность: включение информации из различных источников и в разных формах, вопросов из разных тем, курсов, классов, использование при выполнении заданий различных когнитивных процессов;

Проблемность: представление реальной проблемной ситуации или постановка вопроса к ситуации в проблемном ключе;

Вариативность: отсутствие привязки к конкретному методу решения или способу выполнения задания, множественность способов решения, рассуждений и пр.

Реалистичность: задания должны соответствовать уровню математической подготовки учащихся, отвечать возрастным компетенциям в плане развития социальных, читательских, информационных компетенций;

Мотивационность: задание должно быть интересно учащимся, иметь познавательный интерес;

Уровневость: необходимы задания различных уровней сложности, уровней математической грамотности по классификации PISA, в том числе, и в составе каждого комплексного задания.

Ниже в таблице 1 представлена информация о количественном наполнении открытого банка заданий по направлению функциональной грамотности «математическая грамотность», данная по классам.

Таблица 1

Распределение заданий по классам

<i>Класс</i>	<i>Число комплексных заданий</i>	<i>Общее число заданий</i>
5	23	65
6	21	71
7	16	51
8	17	61
9	16	56

В качестве примера структурирования банка ниже приводится распределение заданий для учащихся 9-х классов по областям содержания, видам когнитивной деятельности и контекстам

Таблица 2

Распределение заданий для учащихся 9-х классов по областям содержания, видам когнитивной деятельности и контекстам

Количество заданий по областям содержания			
<i>Изменение и зависимости</i>	<i>Неопределенность и данные</i>	<i>Пространство и формы</i>	<i>Количество</i>
11	11	22	12
Количество заданий по видам когнитивной деятельности			
<i>Интерпретировать</i>	<i>Применять</i>	<i>Формулировать</i>	<i>Рассуждать</i>
10	20	14	12
Количество заданий по контекстам			
<i>Личный</i>	<i>Образовательный</i>	<i>Общественный</i>	<i>Научный</i>
3	27	19	7

1.3. Структура комплексного задания и характеристики заданий

Используется следующая **структура комплексного задания**: даётся описание ситуации (введение в проблему), к которой предлагаются от двух до пяти связанных с ней вопросов/заданий.

Введение в проблему представляет собой небольшой вводный текст, мотивирующего характера, который не содержит отвлекающей информации, не связанной с заданием или не принципиальной для ответа на поставленные далее вопросы. Важно: читательская грамотность не должна отражаться на проверке математической грамотности.

Информация, сообщаемая в задании, даётся в различных формах: знаковой (число, формула), текстовой, графической (график, диаграмма, схема, изображение и др.), она может быть структурирована и представлена в виде таблицы.

Наличие визуализации желательно. Оказать помощь учащимся в части мысленной визуализации и погружения в сюжет должны фото и рисунки. Графические средства визуализации математического содержания проблемы окажут учащимся помощь на этапе её моделирования, послужат опорой для проведения рассуждений.

Если введение содержит слова, которые могут быть неизвестны учащимся, то в нём можно дать краткое пояснение, определение и/или иллюстрацию к ним в виде отдельного фрагмента «Справочная информация».

Каждое задание позволяет раскрыть приведённую ситуацию с определённой стороны.

Для выполнения большинства заданий не требуется делать громоздкие вычисления, что позволяет значительно уменьшить влияние вычислительных ошибок на демонстрацию учащимся понимания изученных понятий, применение способов действий для решения поставленных задач. В целях оптимизации вычислений учащимся разрешается использовать калькулятор (в пятом и шестом классе – для выполнения отдельных заданий, в последующих – для выполнения любого задания).

Задания не содержат прямых указаний на способ, правило или алгоритм выполнения (решения), что позволяет проверить, насколько осознанно учащиеся применяют полученные знания.

Для ответа на вопрос задания достаточно информации, представленной в описании ситуации. Если для ответа на последующие вопросы требуется дополнительная информация, то она сообщается в формулировке вопроса или отдельно. Например, если для выполнения задания требуется использовать формулы, то они также могут быть приведены в качестве справочного материала.

Учитывается, что задания предлагаются учащимся на компьютере, и ответы они вносят, используя его клавиатуру. При разработке заданий используются возможности компьютера, позволяющие проводить построение заданных математических объектов, переносить на плоскости заданные объекты, выполнять вычисления с помощью встроенного программного калькулятора и др.

Используются задания разного типа по форме ответа:

- с выбором одного или нескольких верных ответов из предложенных альтернатив;
- со свободным кратким ответом в форме конкретного числа, одного-двух слов;
- со свободным полным (развернутым) ответом, содержащим запись решения поставленной проблемы, построение заданного геометрического объекта, объяснение полученного ответа.

Выполнение заданий с выбором ответа и свободным кратким ответом оценивается автоматически, задания с развернутым ответом оцениваются экспертами.

Результаты выполнения заданий учащимися могут оцениваться одним баллом (как правило, это задания низкого уровня сложности) или двумя баллами (задания среднего и высокого уровней сложности). В последнем случае за полный ответ выставляются 2 балла, за частично верный ответ – 1 балл, за неверный ответ – 0 баллов.

Ниже приводится общая структура характеристик заданий для формирования и оценки математической грамотности.

Характеристики задания

1. *Область содержания* (всего 4 области): Пространство и форма, Изменение и зависимости, Неопределенность и данные, Количество.
2. *Контекст* (всего 4 контекста): общественный, личный, профессиональный, научный.
3. *Вид когнитивной деятельности* (всего 4 вида деятельности): рассуждать, формулировать ситуацию на языке математики, применять математический аппарат, интерпретировать/оценивать полученные результаты.
4. *Объект оценки* (предметный результат обучения): например, умение читать графики реальных зависимостей.
5. *Уровень сложности*: низкий, средний или высокий.
6. *Формат ответа*: с развернутым ответом, с выбором одного ответа, с множественным выбором, с кратким ответом, выделение в тексте, перетаскивание.

7. Система оценивания (1 или 2 балла): максимальный балл и критерии оценки.

Пример 1. Комплексное задание «Акция в интернет-магазине». 7 класс

АКЦИЯ В ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИНЕ

В интернет-магазине действует акция «Получите скидку 90 % на второй товар в чеке». При оплате чека из двух приобретаемых товаров скидка распространяется на товар с наименьшей или с равной ценой.

Задание 1 / 2. Воспользуйтесь текстом «Акция в интернет-магазине». Для ответа на вопрос отметьте нужный вариант ответа.

Игорь покупает в интернет-магазине две футболки стоимостью 800 и 900 рублей. Какую скидку он получит при покупке двух футболок?

Отметьте **один** верный вариант ответа.

- 1) 90 рублей
- 2) 80 рублей
- 3) 210 рублей
- 4) 720 рублей

Задание 2 / 2. Воспользуйтесь текстом «Акция в интернет-магазине». Отметьте нужный вариант ответа, а затем объясните свой ответ.

Игорь со старшим братом покупают подарок маме и бабушке, всего у них 10 тыс. рублей. Они выбрали в интернет-магазине два товара стоимостью 6,8 тыс. р. и 8,2 тыс. р. Смогут ли они уложиться в имеющуюся у них сумму денег?

Отметьте **один** верный вариант ответа.

- Смогут
- Не смогут

Объясните свой ответ: _____

Характеристики заданий и система оценивания

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ 1 / 2:	
<ul style="list-style-type: none"> • Область содержания: количество • Вид когнитивной деятельности: применять • Контекст: личный • Уровень сложности: низкий • Формат ответа: задание с выбором одного верного ответа • Предметный результат обучения: вычислять процент от числа • Максимальный балл: 1 	
Система оценивания:	
Балл	Содержание критерия
1	Выбран ответ 4 (720 рублей).
0	Выбран другой вариант ответа или ответ отсутствует.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ 2 / 2:	
<ul style="list-style-type: none"> • Область содержания: количество • Вид когнитивной деятельности: интерпретировать • Контекст: личный • Уровень сложности: средний • Формат ответа: задание с развернутым ответом • Предметный результат обучения: составлять числовое выражение, вычислять процент от числа 	
Максимальный балл: 2	
Система оценивания:	
Балл	Содержание критерия
2	<p>Выбран ответ «Смогут» и приведено верное объяснение. Пример возможного решения: $8,2 + 6,8 \times 0,1 = 8,88$ (тыс. р.); 10 тыс. р. $>$ $8,88$ тыс. р.; ИЛИ такое решение: $10,0 - (8,2 + 6,8 \times 0,1) = 1,12$ (тыс. р.) у них останется. Или другие верные решения, например, по действиям: 1) $10000 - 8200 = 1800$ (р.) – сдача, оставшаяся со второго товара. 2) 6800 р. – 100%, 680 р. – 10% – стоимость первого товара со скидкой 3) $1800 - 680 = 1120$ (р.) – сдача за два товара.</p>
1	<p>Выбран ответ «Смогут», логика решения верна, но в вычислениях допущена арифметическая ошибка (не в вычислении процентов). Примеры частичного ответа: Не учтено условие, какой товар считается вторым в чеке. Например, 1) $8,2 - (8,2 : 100 * 90) = 0,82$ (тыс.р.) (второй товар); 2) $6,8 + 0,82 = 7,62$ (тыс.р.). ИЛИ: выбран ответ «Не смогут», приведено решение, где неверная трактовка фразы «скидка 90%»: 1) $6,8 * 0,9 = 6,12$ (тыс.р.) – цена товара со скидкой 2) $6,12 + 8,2 = 14,32$ (тыс.р.) – потратят всего 3) $14,32 > 10$ Ответ: мальчикам денег не хватит.</p>
0	Другой ответ или ответ отсутствует.

Представленная выше структура задания выдерживается в представлении задания для любого класса с 5 по 9. Очевидно, что для пятиклассников такая форма несколько непривычна, но знакомые с детства сюжеты, опора в решении на базовые знания, позволяет максимально эффективно использовать эти задания для повышения качества математической подготовки школьников.

Пример 2. Комплексное задание «Кросс». 5класс

КРОСС

Ежегодно в школе № 1 проводится осенний кросс. В нём принимают участие учащиеся с первого по шестой классы включительно. В соревнованиях от каждого класса участвуют 10 мальчиков и столько же девочек. Старт кроссу дается ровно в 10:30.

Задание 1 / 2. Воспользуйтесь текстом «Кросс». Запишите свой ответ на вопрос в виде числа.

В школе № 1 в каждой параллели по одному классу. Сколько всего школьников участвуют в кроссе?

Запишите свой ответ в виде числа. _____ чел.

Задание 2 / 2. Воспользуйтесь текстом «Кросс». Ответы на вопрос в виде чисел впишите в таблицу.

Ниже в таблице указано время старта команд мальчиков и девочек первого, второго, третьего и четвёртого классов.

Кросс. Время старта

Класс	Время старта девочек	Время старта мальчиков
1	10:30	10:35
2	10:40	10:45
3	10:50	10:55
4	11:00	11:05

Девочки и мальчики остальных классов стартуют в таком же порядке.

В какое время стартуют девочки пятого класса и мальчики шестого класса?

Ответы впишите в соответствующие ячейки таблицы.

Класс	Время старта девочек	Время старта мальчиков
5		
6		

Характеристики заданий и система оценивания

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ 1 / 2:	
<ul style="list-style-type: none"> • Область содержания: количество • Вид когнитивной деятельности: применять • Контекст: общественный • Уровень сложности: низкий • Формат ответа: задание с кратким ответом • Предметный результат обучения: решать арифметическую задачу в два действия • Максимальный балл: 1 	
Система оценивания:	
Балл	Содержание критерия
1	Записан ответ 120.
0	Записан другой ответ или ответ отсутствует.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ 2 / 2:	
<ul style="list-style-type: none"> • Область содержания: Изменение и зависимости • Вид когнитивной деятельности: Формулировать • Контекст: научный • Уровень сложности: средний • Формат ответа: задание с несколькими краткими ответами • Предметный результат обучения: определять правило составления последовательности, продолжать последовательность, записывать результат в таблицу • Максимальный балл: 2 	
Система оценивания:	
Балл	Содержание критерия
2	Даны два ответа: 11:10; 11:25.
1	Дан один из верных ответов, а второй указан неверно или отсутствует.
0	Другой ответ или ответ отсутствует.

1.4. Основные элементы содержания, выделяемые для формирования и оценки математической грамотности

Основным условием при разработке российского инструментария для формирования математической грамотности является соответствие программным документам, определяющим содержание образования: федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования (ФГОС ООО), примерным основным образовательным программам начального общего и основного общего образования (ПООП НОО и ООО), а также рекомендованным традиционным учебникам математики для 5-9-х классов [6, 7, 8].

Вторым важным условием является то, что при разработке заданий по годам обучения необходимо учитывать те элементы содержания, целенаправленное овладение которыми происходит в предшествующих классах и есть основание считать их сформированными вне зависимости от конкретной программы обучения.

С целью выделения основных элементов математической подготовки, актуальных для формирования математической грамотности в 5-9-х классах, а также уточнения предметных недочётов в математической подготовке российских учащихся, были проанализированы задания в исследованиях PISA-2015 и PISA-2018, результаты выполнения которых оказались ниже средних международных и не превышали 40 % [11, 12, 14]. Сопоставление с документами, определяющими содержание математического образования в российской школе [6, 7, 8], показало, что невысокие результаты российских учащихся связаны с недостаточным овладением некоторым обязательным предметным материалом:

– курса математики 5-6-х классов, который не актуализируется в 7-9-х классах (например, действия с обыкновенными и десятичными дробями, проценты, пропорции, отношения);

– той части курса математики 9-го класса, который связан с числовыми последовательностями.

Кроме того, проявились недостатки в овладении следующими метапредметными умениями:

– принимать задачу, представленную в форме, отличной от формы, типичной для российских учебников;

– работать с информацией, представленной в различных формах: текстовой, табличной, графической, а также переходить от одной формы к другой;

– привлекать информацию, которая не содержится непосредственно в условии задачи, особенно в тех случаях, когда для этого требуется использовать бытовые сведения, личный жизненный опыт;

– отбирать информацию, необходимую для решения, в частности, если условие задачи содержит избыточную информацию; удерживать в процессе решения все условия, необходимые для решения проблемы;

– владеть навыками самоконтроля за выполнением условий (ограничений) при нахождении решения и интерпретации полученного результата в рамках ситуации;

– определять самостоятельно точность данных, требуемых для решения задачи;

– использовать здравый смысл, метод перебора возможных вариантов, метод проб и ошибок;

– представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ, который определяется особенностями ситуации.

На основе проведённого анализа были выделены предметные умения, на формирование или развитие которых следует обратить внимание при обучении. Ниже представлены перечни умений для учащихся 5-х, 7-х и 9-х классов, отраженных в разработанных заданиях.

5 класс:

– выполнять действия с натуральными числами, с обыкновенными дробями;

– выполнять действия с числовыми выражениями; составлять числовое выражение;

– выполнять деление с остатком, иметь представление о делителях и кратных;

- выполнять приближенные вычисления, прикидку и оценку результата вычислений, округлять до указанной разрядной единицы, а также с учётом условий описанной ситуации по недостатку или по избытку;
 - распознавать и делать выводы о зависимости между двумя величинами; решать задачи на увеличение/уменьшение на/в;
 - переводить единицы измерения длины и времени из более крупных в более мелкие и наоборот;
 - решать задачи методом перебора вариантов;
 - читать, заполнять и интерпретировать данные таблиц, столбчатых и круговых диаграмм;
 - иметь представление о шкалах; ориентироваться на числовой прямой;
 - устанавливать соответствие между реальным размером объекта и представленным на изображении;
 - распознавать геометрические формы и описывать объекты окружающего мира с помощью языка геометрии;
 - представлять объект по описанию, рисунку, заданным характеристикам; мысленно трансформировать трёхмерную фигуру (реальный объект) в двумерную и обратно, распознавать развертки куба, параллелепипеда;
 - складывать фигуры из квадратов, прямоугольников, треугольников, отрезков, разбивать на указанные фигуры;
 - использовать для решения задач простейшие свойства квадрата и прямоугольника;
 - иметь представление о площади и периметре, применять формулы нахождения периметра и площади квадрата и прямоугольника;
 - проверять истинность утверждений, обосновывать вывод, утверждение, полученный результат;
- 7 класс:** выполнять все виды деятельности, указанные выше, а также:
- сравнивать рациональные числа, выполнять вычисления с рациональными числами, реальные расчёты;
 - вычислять проценты (процентное снижение/повышение), пропорции и отношения, масштаб, использовать основное свойство пропорции, пропорциональное увеличение/уменьшение;
 - понимать закономерности, составлять последовательности;
 - читать графики зависимостей (линейная и нелинейная);

– составлять математическое описание предложенной зависимости в общем виде (в виде выражения/формулы);

– использовать простейшие свойства треугольника, окружности;

– распознавать комбинации различных плоских форм – отрезков, окружностей, полуокружностей, дуг;

– распознавать трехмерные фигуры: цилиндр, конус, пирамида (элементы фигур, развертки), комбинации пространственных фигур;

– иметь представление о статистических характеристиках – среднем арифметическом, размахе, наибольшем и наименьшем значении набора данных;

– интерпретировать данные, представленные в таблицах и на диаграммах, на графиках;

– составлять высказывания, проверять истинность утверждений;

9 класс: выполнять все виды деятельности, указанные выше, а также:

– использовать для вычислений калькулятор;

– вычислять вероятность случайного события;

– извлекать и интерпретировать данные, представленные в таблице, на диаграммах, графике, использовать различные наглядные способы представления данных;

– распознавать геометрическую прогрессию, вычислять n -ый член геометрической прогрессии;

– вычислять степень числа с натуральным показателем;

– находить значение переменной по формуле, преобразовывать формулу, выражать из формулы;

– находить значения функции по значению аргумента;

– читать, понимать график движения, в том числе, кусочно-заданный, интерпретировать данные графика и результаты его анализа; понимать и использовать зависимость между скоростью, расстоянием и временем при описании процессов реальной действительности;

– распознавать подобные треугольники в реальных ситуациях, применять свойства подобных треугольников;

– применять теорему Пифагора;

– иметь представление о пропорциональности отрезков, составлять и решать пропорции по условию задачи;

– использовать тригонометрические функции.

Каждое комплексное задание включает в себя отдельные задания, для выполнения которых от учащихся потребуется владение, как правило, различными умениями. Например, комплексное задание «Сбор черешни» (7 класс) включает умения: вычислять среднее арифметическое нескольких чисел, округлять результат вычислений, распознавать прямую и обратную пропорциональности, использовать их, использовать зависимость «производительность труда – объем труда – время работы», переводить единицы измерения величин. Относятся они к областям содержания «Количество», «Изменение и зависимости».

Иногда умения относятся к разным областям содержания. Например, в комплексном задании «Формат книги», 8 класс, задействованы умения из всех четырех областей содержания: читать и интерпретировать символьные записи (с числами), выражающие определенные модели (область содержания «Неопределенность и данные»), выполнять действия с натуральными числами и долями (область содержания «Количество»), выполнять мысленные трансформации геометрических форм (область содержания «Пространство и формы»), устанавливать закономерность и записывать ее алгебраически (область содержания «Изменение и зависимости»).

Ниже приведен пример комплексного задания для учащихся 9-х классов, включающего 3 задания, отнесенных к областям: «Количество» (предметное умение: находить процент от числа) и «Неопределенность и данные» (предметное умение: находить вероятность случайного события).

Пример 3. ПОКУПКА ПОДАРКА В ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИНЕ. 9 класс

<i>Покупка подарка в интернет-магазине</i>	<i>Вкладка 1. Информация об отзывах</i>	<i>Вкладка 2. Распределение претензий по группам</i>
--	---	--

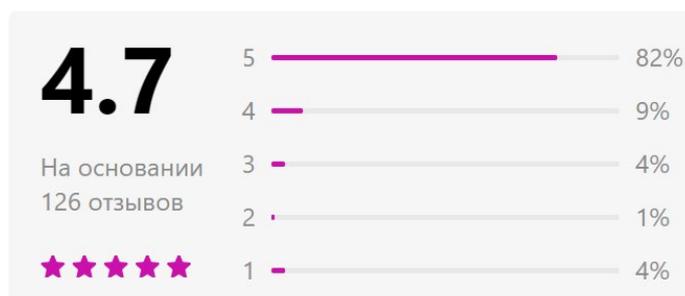
ПОКУПКА ПОДАРКА В ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИНЕ

Марина хочет подарить младшему брату на день рождения самосвал. Она нашла нужную ей модель в интернет-магазине.

На вкладке 1 представлена информация об отзывах на выбранный Мариной игрушечный самосвал, оставленных покупателями интернет-магазина.

Марина собрала все отзывы, в которых есть замечания (отметка от четырёх баллов и ниже), и распределила их на три группы по характеру претензий. Таблица, которую составила Марина, представлена на вкладке 2.

<i>Покупка подарка в интернет-магазине</i>	<i>Вкладка 1. Информация об отзывах</i>	<i>Вкладка 2. Распределение претензий по группам</i>
--	---	--



<i>Покупка подарка в интернет-магазине</i>	<i>Вкладка 1. Информация об отзывах</i>	<i>Вкладка 2. Распределение претензий по группам</i>
--	---	--

<i>Претензии</i>	<i>Число претензий</i>
к качеству товара (сломано зеркало, оторван бампер, не открывается дверь, не поднимается кузов и пр.)	6
к упаковке (помята, порвана, грязная и пр.)	7
по срокам доставки	9

Задание 1 / 3. Вы можете воспользоваться Online калькулятором <https://www.desmos.com/scientific>.

Сколько всего оставлено отзывов о покупке самосвала, в которых покупатели поставили отметку «4»?

Запишите свой ответ в виде числа. _____

Задание 2 / 3. Вы можете воспользоваться Online калькулятором <https://www.desmos.com/scientific>.

Основываясь на представленной статистике, вычислите вероятность того, что покупка самосвала, выбранного Мариной, может быть оценена на «5 баллов».

Запишите свой ответ в виде десятичной дроби. _____

Задание 3 / 3. Вы можете воспользоваться Online калькулятором <https://www.desmos.com/scientific>.

Марина считает, что претензии по срокам доставки не являются для неё существенными, так как она покупает подарок заранее.

С учётом её требований к покупке, какова вероятность того, что она сможет оценить полученный ею товар на «5 баллов»?

Запишите свой ответ в виде числа. _____

Характеристики заданий и система оценивания

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ 1 / 3:	
<ul style="list-style-type: none"> • Содержательная область оценки: количество • Компетентностная область оценки: применять • Контекст: общественный • Уровень сложности: низкий • Формат ответа: задание с несколькими краткими ответами • Объект оценки: читать диаграммы, находить процент от числа • Максимальный балл: 1 балл 	
Система оценивания:	
Балл	Содержание критерия
1	Дан верный ответ 11 или 12.
0	Другие варианты или ответ отсутствует.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ 2 / 3:	
<ul style="list-style-type: none"> • Содержательная область оценки: неопределенность и данные • Компетентностная область оценки: интерпретировать • Контекст: общественный • Уровень сложности: низкий • Формат ответа: задание с кратким ответом • Объект оценки: находить вероятность случайного события • Максимальный балл: 1 балл 	
Система оценивания:	
Балл	Содержание критерия
1	Дан верный ответ: 0,82
0	Другие варианты или ответ отсутствует.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ 3 / 3:	
<ul style="list-style-type: none"> • Содержательная область оценки: неопределенность и данные • Компетентностная область оценки: формулировать • Контекст: общественный • Уровень сложности: средний • Формат ответа: задание с кратким ответом • Объект оценки: находить вероятность случайного события • Максимальный балл: 2 балла 	
Система оценивания:	
Балл	Содержание критерия
2	Дан верный ответ: 0,9, принимается ответ 90%. (Комментарий: так как количество неблагоприятных исходов: $6 + 7 = 13$; вероятность того, что не понравится: $13 / 126 = 0,10$; вероятность того, что понравится: $1 - 0,1 = 0,9$).
1	Дан ответ: 0,95 (Комментарий: так как количество неблагоприятных исходов: 6; вероятность того, что не понравится: $6 / 126 = 0,05$; вероятность того, что понравится: $1 - 0,05 = 0,95$). Не учтено качество коробки упаковки.
0	Другие варианты или ответ отсутствует.

1.5. Инновации в оценке математической грамотности в рамках международного исследования PISA 2021-2022, проводимого в форме компьютерного тестирования

В соответствии с методологией PISA переход на CBAM в 2022 году предоставляет ряд таких возможностей для оценки математической грамотности, которые в большей степени соответствуют природе математики. Эти возможности (в соответствии с концепцией математической грамотности PISA - 2022) включают:

- новые форматы заданий и видов деятельности при их выполнении;
- представление данных, отвечающих реальным процессам и явлениям;
- создание математических моделей, симуляций, приближенное представление одних математических объектов другими;
- использование математического инструментария: встроенного калькулятора для вычислений и редактора формул для записи математических выражений;
- новые возможности для предъявления текста задания, его структурирования (вкладки, таблицы, диаграммы) и визуализации предъявляемых объектов (анимация и 3D-эффекты) [12].

В документах PISA отмечается, что использование компьютерных технологий позволяет сделать задания более привлекательными для учащихся, более понятными и доступными. Например, учащимся могут быть представлены анимированные объекты или трехмерные образы объектов, которые можно разворачивать, чтобы получить более полную информацию о нем. Манипулирование объектами побуждает учащихся включиться в их изучение, исследование, поиск ответа на поставленный вопрос или разрешение проблемной ситуации. Мотивации учащихся может способствовать и более широкий диапазон типов ответов. Например, такие новые форматы представления ответов и решений компьютерных заданий, как «перетаскивание» объекта или использование «активных точек» на изображении. При этом они дают более полную картину математической грамотности учащихся.

Различные исследования показывают, что высокий уровень математической грамотности востребован в профессиях, связанных с электронными технологиями, так что математическая грамотность и компьютерная грамотность сливаются воедино [12, 15]. Необходимо различать требования к математическим знаниям, необходимым для выполнения задания PISA на компьютере, и требования к знанию информационных и коммуникационных технологий [6, 7]. Ключевой задачей при этом является обеспечение

того, чтобы эти задания служили инструментом оценки математической, а не иного вида грамотности, не были источником информационного шума.

Есть в исследовании PISA–2022 еще одно важное нововведение. В дополнение к более широкому спектру типов вопросов и математических возможностей, которые предоставляет способ компьютерной оценки математики (CBAM), он также позволяет проводить адаптивную оценку, «настраивающуюся» на тестируемого, на уровень его подготовки. При предоставлении учащимся все более индивидуализированных комбинаций тестовых заданий в соответствии с их ответами и баллами по предыдущим заданиям, на которые они отвечали, генерируется все более подробная информация о характеристиках учащихся. Это позволит лучше понять и описать, что могут делать учащиеся на диаметрально противоположных концах шкалы математической грамотности.

Таким образом, нововведения при оценке математической грамотности в рамках международного исследования PISA-2022 могут быть распределены по следующим трем направлениям:

- компьютерный дизайн;
- компьютерное тестирование;
- инновационные направления в содержательной области оценки.

Компьютерный дизайн

Исследование PISA-2022 включает инструмент, который позволит учащимся вводить текст и цифры, дробь, квадратный корень, показатель степени и дополнительные символы: число π , знаки больше/меньше, знаки операций умножения и деления. Пример показан ниже.



Набор инструментов, доступных для учащихся, включает базовый научный калькулятор, в который входят: операции сложения, вычитания, умножения и деления, извлечения квадратного корня, вычисления степени, квадрата числа, дроби (y/x), обратной дроби ($1/x$), а также число π и круглые скобки.

Еще одним нововведением с точки зрения предъявления и общего вида задания является использование вкладок. Таким образом, текст задания перестает быть линейным, он распадается на отдельные источники информации, которые могут быть представлены различными средствами наглядности: таблицей, графиком, диаграммой, набором формул и др.

Компьютерное тестирование

Форматом тестирования математической грамотности в исследовании PISA-2022 будет компьютерный метод – СВAM (Computer-Based Assessment Methods).

Переход на СВAM предоставляет ряд новых возможностей для оценки математической грамотности, включающих:

- новые форматы ответа (например, «перетаскивание», который позволяет перемещать объект в определенное поле, совмещать, упорядочивать и классифицировать объекты);
- представление реальных данных (например, электронные таблицы с двумя входами, большие сортируемые наборы данных, которые можно упорядочивать по возрастанию / убыванию, составлять подмножества, выполнять арифметические действия);
- создание математических моделей (например, для описания явления роста) или симуляций, которые можно исследовать, изменяя значения переменных (например, реальных вычислений в ситуации покупки);
- приближенное представление одних математических объектов другими (например, приближение кривой и использование кривой наилучшего приближения для прогнозирования);
- визуальное кодирование для достижения заданной последовательности действий.

Таким образом, использование компьютерных технологий при оценке математической грамотности дает и тестируемым, и исследователям более обширный набор современных инструментов для получения наиболее полной и объективной картины математической грамотности.

Инновационные направления в содержательной области оценки

В исследовании PISA-2022 выделены четыре темы для особого акцента в оценке. Каждая тема соответствует области содержания (указана в скобках):

– *Явления роста* (области содержания «Изменения и зависимости»): различные типы линейного и нелинейного роста. Ожидания: а) понимание учащимися, что не всякий рост является линейным, б) осознание, что нелинейный рост имеет особые и глубокие последствия, в) интуитивная оценка экспоненциального роста как чрезвычайно быстрого темпа роста.

Исследователи подчеркивают, что у учащихся, если они имеют дело с набором линейных зависимостей, как, например, зависимость пройденного расстояния от времени при движении с постоянной скоростью, может сложиться стойкое и опасное заблуждение, что все зависимости носят линейный характер. Однако относительно довольно многих явлений, например, распространения вирусов и бактерий, изменения климата, требуется осознание, что такие явления нуждаются в нелинейных моделях. Ярким и актуальным примером для понимания нелинейного (экспоненциального) роста и того, насколько быстро могут распространяться вирусы, учитывая, что скорость изменений увеличивается, может служить пандемия коронавируса, графики его распространения по различным государствам. Только понимание экспоненциального характера распространения заболевания помогло медицинскому персоналу в разных странах мира понять угрозу и необходимость быстрых действий, тем самым удержать ситуацию распространения под контролем.

Подчеркивается, что речь не идет о том, что предполагаемые вопросы не требуют знания экспоненциальной функции. От них требуется лишь оправдать предполагаемые ожидания раздела содержания «Изменения и зависимости», перечисленные выше. Например, увеличение магнитуды землетрясения на 1 соответствует увеличению амплитуды колебаний в 10 раз.

– *Геометрические приближения* (область содержания «Пространство и формы»): приближение параметров и свойств нерегулярных или незнакомых форм и объектов путем их разбиения на такие, для которых существуют известные формулы и инструменты. Ожидается использование учащимися своего понимания традиционных явлений пространства и формы в ряде типичных ситуаций.

Анализируя окружающие нас геометрические формы, исследователи приходят к выводу, что мир полон форм, которые не соответствуют типичным образцам равенства или симметрии, они в большей степени нерегулярны. Поэтому не так легко распознать и понять, что мы видим, и найти площадь или объем выделяемых нами объектов и

конфигураций. Именно поэтому фокусной точкой области содержания «Пространство и формы» становятся геометрические приближения и использование учащимися собственных представлений о пространстве и геометрических формах в типичных ситуациях. Например, вычисление необходимого количества коврового покрытия для помещения с острыми углами, изгибами, эркерами и прочими нерегулярностями, что требует другого подхода, чем в случае с типичной прямоугольной комнатой.

– *Компьютерное моделирование* (область содержания «Количества»): изучение ситуаций с точки зрения переменных и их влияния на результат (могут включать в себя составление бюджета, планирование, распределение населения, экспериментальную вероятность и т.д.). Ожидается, что доступность учащимся для анализа массивов реальных данных позволит им изучить широкую категорию сложных проблем, включая процентный рост.

Определение компьютерного моделирования в качестве фокусной точки области математического содержания по области «Количества» важно, т.к. в современном мире все чаще многие проблемы решаются с помощью компьютерного моделирования на основе алгоритмов. Например, существуют проблемы, которые не так легко решить из-за того, что требуемая для этого математика сложна или включает большое количество факторов, действующих в одной системе, или из-за этических проблем, связанных, например, с воздействием на живые существа. В примере «Моделирование сбережений», приводимом исследователями на интерактивной платформе официального сайта ОЭСР, учащийся использует компьютерное моделирование в качестве инструмента для принятия решений относительно банковского вклада [9, 10].

– *Условное принятие решения* (область содержания «Неопределенность и данные»): использование основных принципов комбинаторики и понимания взаимосвязей между переменными для интерпретации ситуаций и прогнозирования. Ожидание: учащиеся должны оценить, как формулировка модели влияет на выводы, которые могут быть сделаны, и понять, что различные предположения / отношения вполне могут привести к различным выводам.

Известно, что статистика предоставляет меру изменчивости, характерную для большей части того, что люди встречают в своей повседневной жизни. Эта мера – дисперсия. При наличии более чем одной переменной существует вариация в каждой из переменных, а также ковариация, характеризующая отношения между переменными. Эти взаимосвязи часто могут быть представлены в двусторонних таблицах, которые обеспечивают основу для умозаключений.

В двухсторонней таблице для двух дихотомических переменных (то есть двух переменных, которые могут принимать только два значения), есть четыре комбинации. Например, в двусторонней таблице представлены три типа отношений, которые, в свою очередь, дают оценки соответствующих вероятностей. К ним относятся вероятности четырех совместных событий, двух предельных и условных вероятностей, которые играют центральную роль в том, что исследователями названо условным принятием решений. Ожидается, что тестовые задания PISA позволят учащимся прочитать соответствующие данные из таблицы с глубоким пониманием значения данных, которые они извлекают.

В качестве примера задания представлена ситуация покупки в интернет-магазине, где дана сводка оценок покупателей для продукта [10]. Кроме того, дается и более подробный анализ отзывов клиентов, предоставивших два вида оценок. От ученика требуется понимание различных вероятностных оценок, которые обеспечивает таблица с двумя входами.

Принятие темы «Условное принятие решений» в качестве фокуса области содержания «Неопределенность и данные» сигнализирует о том, что учащиеся должны уметь оценивать, как анализ ситуации влияет на выводы, которые могут быть сделаны, и понимать, что различные предположения вполне могут привести к различным выводам.

Обобщая изложенное выше, можно сформулировать следующие возможности, которые должны обеспечиваться заданиями для компьютерной оценки математической грамотности, с точки зрения их выполнения учащимися:

- работа с текстом комплексного задания, смысловое чтение текста, выполнение действий с его отдельными фрагментами и структурными элементами как на этапе изучения ситуации, так и на этапе представления результата выполнения задания, формулирования ответа и решения (различные способы представления и структурирования информации, работы с утверждениями);
- моделирование объектов и их свойств, приближения одних объектов другими, манипулирование с отдельными элементами моделей (числовых и буквенных выражений, геометрических фигур, графиков, диаграмм и др.);
- когнитивная деятельность, направленная на распознавание математических аспектов реальных ситуаций, размышления над моделированием ситуации на языке математики, решением и интерпретацией полученных результатов, формулирование математической задачи, гипотез и выводов, проведение логических рассуждений.

Примеры заданий открытого банка в форме компьютерного тестирования по инновационным направлениям международного исследования PISA-2022 для оценки математической грамотности

На данном этапе исследования, проводимого на основе обновленной концепции оценки математической грамотности PISA-2022, нами были выделены следующие типы электронных инструментов для использования в заданиях национального инструментария в формате компьютерного тестирования:

1) *Электронные таблицы*: инструментарий для представления данных в табличной форме с возможностью выполнять арифметические действия по строкам и столбцам таблицы, упорядочивание данных по возрастанию / убыванию; применение таблиц упрощает работу с данными и позволяет получать результаты без проведения расчетов вручную, выполнять упорядочивание (сортировку) их элементов.

Пример 4. Комплексное задание «Пассажиропоток аэропортов». 8 класс

ПАССАЖИРОПОТОК АЭРОПОРТОВ

Пассажиропоток – это движение пассажиров в одном направлении маршрута. Одна из основных характеристик пассажиропотока – это *объём перевозок* пассажиров, то есть количество пассажиров, перевозимых рассматриваемым видом транспорта за определённый промежуток времени (час, сутки, месяц, год).

Журналист готовит аналитический материал об изменении пассажиропотока крупнейших аэропортов России с 2015 по 2019 год.

В таблице представлен пассажиропоток десяти крупнейших аэропортов России в 2015 – 2019 годах.

Аэропорт		Пассажиропоток, по годам, млн чел.				
Город	Название	2019 г.	2018 г.	2017 г.	2016 г.	2015 г.
Москва	Шереметьево	49,933	45,836	40,093	33,656	31,280
Москва	Домодедово	28,300	29,400	30,700	28,500	30,505
Москва	Внуково	24,000	21,478	18,139	13,947	15,815
Санкт-Петербург	Пулково	19,600	18,120	16,125	13,265	13,501
Сочи	Сочи	6,772	6,343	5,692	5,249	4,077
Новосибирск	Толмачёво	6,747	6,103	5,007	3,933	3,600
Екатеринбург	Кольцово	6,363	5,909	5,404	4,207	4,171
Симферополь	Симферополь	5,140	5,146	5,129	5,202	5,018
Краснодар	Пашковский	4,600	4,160	3,498	2,993	3,122
Уфа	Уфа	3,570	3,241	2,814	2,295	2,292

Задание 1 / 5. А) В каком городе расположен аэропорт с наибольшим в России пассажиропотоком?

Выберите нужный вариант ответа в выпадающем меню.

Б) В каком году в Краснодаре пассажиропоток был наименьший?

Выберите нужный вариант ответа в выпадающем меню.

В) Какое место по пассажиропотоку в 2015 году занимал аэропорт Сочи?

Запишите свой ответ в виде числа. _____

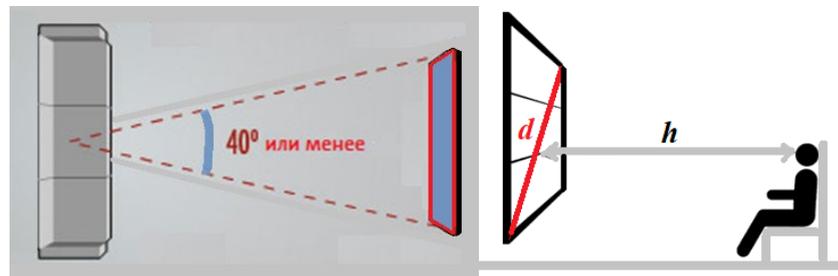
2) **Симуляторы формул:** инструментарий для вычисления значений выражения, соответствующих задаваемым значениям переменной, и анализа характера связывающей их зависимости.

Пример 5. Комплексное задание «Домашний кинотеатр». 9 класс

ДОМАШНИЙ КИНОТЕАТР

Диагональ экрана телевизора традиционно измеряют в дюймах: **1 дюйм \approx 2,54 см.**

Чтобы расстояние просмотра от зрителя до экрана соответствовало существующим рекомендациям для построения домашнего кинотеатра, угол обзора экрана по горизонтали должен быть **40°** или менее.



Калькулятор расчета диагонали экрана и расстояния просмотра от зрителя до экрана

Введите одно из значений: диагональ экрана или минимальное расстояние просмотра от зрителя до экрана, и калькулятор рассчитает вторую величину.

Минимальное расстояние просмотра от зрителя до экрана h (метров):	
Диагональ экрана d (дюймов):	

Если вы указали расстояние просмотра и получили диагональ экрана, которой не существует в модельном ряду, то возьмите меньшее существующее значение диагонали экрана в модельном ряду, но при этом ближайшее к полученному. *Например, если получено значение диагонали 87 дюймов, следует выбрать 86 дюймов.*

Задание 1 / 4. Семья Ивановых решила купить большой телевизор с диагональю экрана 100 дюймов и повесить его в зале.

Сколько метров составляет диагональ выбранного телевизора?

Запишите свой ответ в виде числа. _____

3) **Вкладки:** инструментарий для более компактного и структурированного представления информации, позволяет упростить переключения между разным содержимым задания.

Примером может служить комплексное задание «Покупка подарка в интернет-магазине», 9 класс, представленное выше в разделе 1.4.

4) **Калькулятор:** инструментарий для выполнения вычислений. Калькулятор имеется почти в каждом задании для учащихся 7-9 классов.

Примером также может служить комплексное задание «Покупка подарка в интернет-магазине».

Для каждого выделенного типа электронного инструмента разработаны соответствующие задания для оценки функциональной математической грамотности обучающихся 7-х – 9-х классов.

Однако использовать разработанные задания можно не только для оценки математической грамотности, но и для ее формирования. Эти задания развивают способность работать с информацией, представленной на экране цифрового устройства, сравнивать и критически оценивать информацию из нескольких источников, эффективно перемещаться по страницам текста, они способны мотивировать учащихся заниматься исследованиями, размышлять. Мы исходим из того, что в современной системе образования необходимо продвигать развитие компетенций будущего, навыков XXI века. Предлагаемые компьютерные задания позволяют развивать коммуникативные, познавательные, регулятивные компетенции.

Задания в компьютерной форме целесообразно использовать для индивидуализации обучения. Разработанные комплексные задания позволяют реализовывать педагогические подходы личностно-ориентированного и эмпирического обучения, они также впишутся и в другие педагогические подходы, в том числе в проектно-ориентированное обучение, исследовательское обучение, широко используемые в странах – лидерах рейтингов международных исследований [1].

Раздел 2. Использование заданий открытого банка для формирования математической грамотности в учебном процессе

2.1. Использование заданий для формирования математической грамотности

В целях формирования математической грамотности комплексные задания открытого банка могут использоваться самостоятельно. Технически обеспечена возможность использования заданий как для фронтальной, так и для групповой или индивидуальной работы.

Поскольку комплексное задание содержит от 3 до 5 вопросов или заданий, то для работы с ним можно выделить фрагмент урока или можно целиком посвятить урок работе с выбранным комплексным заданием, погрузив учащихся в предложенную ситуацию. В последнем случае это будет «урок одной ситуации». Например, это может быть урок в конце четверти, когда закончено изучение основного содержания, проведены контрольные работы, выставлены отметки за четверть. Работать можно как последовательно над всеми входящими в него заданиями, так и параллельно, распределив задания по группам учащихся в условиях групповой дифференцированной работы, а также с учетом уровня их предметной подготовки, темпа деятельности.

Однако работу с комплексным заданием можно запланировать и на несколько уроков, на каждом из которых будет рассматриваться, например, одно из заданий. В этом случае первое из рассматриваемых заданий целесообразно увязать с темой урока, использовать для постановки проблемной ситуации или иллюстрации практического применения нового материала, остальные задания будут «работать» на повторение иных вопросов содержания. Можно поступить иначе: на уроках разобрать 1-2 задания, затем одно из заданий можно включить в домашнее задание, а одно – в контрольную работу.

Такое пролонгированное проживание ситуации поможет учащимся удерживать сюжетную историю в активной памяти, «вживаться» в нее, более глубоко продумывать и дополнительно прорабатывать отдельные ее аспекты на протяжении некоторого времени. Конечно, возможно и сочетание предложенных подходов.

Полезно начать работу над комплексным заданием с внимательного прочтения текста с описанием общей ситуации. Ведь не секрет, что многие проблемы имеют свои истоки в недостаточном развитии читательской грамотности, несформированности смыслового чтения. В этом случае оно может быть дополнено, например, вопросами, направленными на проверку понимания прочитанного текста и адекватность восприятия

ситуации или уточняющими предложенную ситуацию; заданиями, развивающими ситуацию или являющимися проекцией сюжета на реальную жизнь, окружающую учащихся. Задать вопросы по прочитанному тексту и по описанной в нем ситуации полезно предложить самим учащимся.

На уроке задания можно выполнять в парах или группах (это зависит от объёмности задания), тогда у учащихся будет возможность обсудить сюжет, используя «коллективный» жизненный опыт, уточнить своё понимание ситуации, возможно, задавать вопросы одноклассникам или учителю (задание «Задай вопрос уточняющего характера»). Это поможет учащимся в выявлении математической сути ситуации, в адекватном формулировании задачи на языке математики и поиске способов ее решения.

Обсуждение полезно не только на этапе решения задачи, но и на этапе интерпретации полученных результатов, чтобы понять, все ли необходимые условия учтены, можно ли решить задачу иначе, проще, рациональнее, использовать иную модель, соответствует ли математическое решение контексту ситуации и т.п.

Обсуждая с классом результаты выполнения задания, учитель должен акцентировать внимание учащихся на трёх моментах:

- 1) как ситуация была преобразована в математическую задачу;
- 2) какие знания, факты были использованы, какие методы и способы решения были предложены и каковы их достоинства и недостатки;
- 3) как можно оценить с точки зрения исходной ситуации полученный результат, что может сигнализировать о неверности результата.

Также важна и коммуникативная составляющая, связанная с представлением результата, логикой, полнотой и грамотностью приведенного решения или обоснования.

Полезно предложить учащимся провести анализ своей включенности в выполнение задания, отрефлексировать весь процесс и зафиксировать:

- какие идеи и соображения возникали, были ли они существенными и плодотворными, учтены ли в решении;
- какие возникли трудности и на каком этапе работы над заданием;
- удастся ли самостоятельно справиться с аналогичной ситуацией, если она повторится.

В целях закрепления формируемых умений в качестве домашнего задания можно предложить аналогичную ситуацию или ту же самую ситуацию, но с несколько изменёнными данными. Однако задание может носить и творческий характер: придумать своё задание на основе рассмотренного сюжета.

При определённой системности работы по формированию математической грамотности можно включать изменённые задания и в контрольную работу в качестве дополнительного задания, не связанного с основной темой. В этом случае, можно осуществлять мониторинг выполнения такого рода заданий.

Комплексные задания, в которых отдельные задания относятся к различным областям содержания, полезно использовать для итогового повторения. К таким заданиям можно отнести, например, комплексное задание «Формат книги», 8 класс.

Приведем в качестве примера методического использования заданий, направленных на формирование математической грамотности, комплексное задание «Шкалы температур», 7 класс, которое построено на исследовании двух шкал температур – шкалы Цельсия и шкалы Фаренгейта. Оно интересно по многим позициям. Во-первых, своей связью с физикой: учащиеся наверняка задумаются, знания из какого школьного предмета им потребуются при выполнении заданий и ответе на поставленные вопросы. Во-вторых, связью с жизнью, с системами, принятыми в других странах. В-третьих, формулы можно встретить в действующих учебниках, например, в УМК под редакцией Г.В. Дорофеева, 7 класс: учащимся предлагается ответить на вопрос, где в качестве нормальной принимается более высокая температура тела человека, т.е. сравнить $36,6^{\circ}\text{C}$ и $98,8^{\circ}\text{F}$. При подстановке 36,6 в формулу $^{\circ}\text{F} = 1,8 \times ^{\circ}\text{C} + 32$ получаем $97,88^{\circ}\text{F}$ и сравниваем с $98,8^{\circ}\text{F}$. Это дает возможность увязывать основное предметное содержание и систему задач учебника, формирование предметных результатов обучения предмету с развитием функциональной грамотности.

Пример 6. Комплексное задание «Шкалы температур». 7 класс.

ШКАЛЫ ТЕМПЕРАТУР

В России для измерения температуры воздуха и тела человека используется шкала Цельсия, а в США – шкала Фаренгейта.

Для пересчёта температурных значений пользуются формулами, представленными в таблице:

<i>Формула</i>	<i>Перевод значения температуры</i>
$^{\circ}\text{C} = (^{\circ}\text{F} - 32) : 1,8$	из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия
$^{\circ}\text{F} = 1,8 \times ^{\circ}\text{C} + 32$	из шкалы Цельсия в шкалу Фаренгейта

Задание 1 / 4. Турист из США планирует через два дня прилететь в Санкт-Петербург и просит сотрудника российской турфирмы сообщить ему температуру в городе в день его прилёта.

Используя приведённые формулы, определите, какую температуру по шкале Фаренгейта надо сообщить туристу из США, если по прогнозу погоды в городе ожидается 10°C .

Запишите свой ответ в виде числа. _____

Задание 2 / 4. Учащийся из России изучает английский язык в одной из частных школ Нью-Йорка, проживая в американской семье. В один из учебных дней он почувствовал себя плохо. Врач осмотрел его и сообщил, что он не может пойти в школу, так как температура его тела составляет 100°F .

Чтобы понять, почему учащемуся следует остаться дома, определите температуру его тела в градусах Цельсия и оцените её в соответствии с информацией в таблице ниже.

<i>Температура тела, $^{\circ}\text{C}$</i>	<i>Оценка температуры</i>
От 35,0 до 36,4	пониженная
От 36,5 до 37,0	нормальная
От 37,1 до 39,0	повышенная
Выше 39,0	высокая

А) Какова температура тела учащегося в градусах Цельсия?

Запишите свой ответ в виде числа. _____

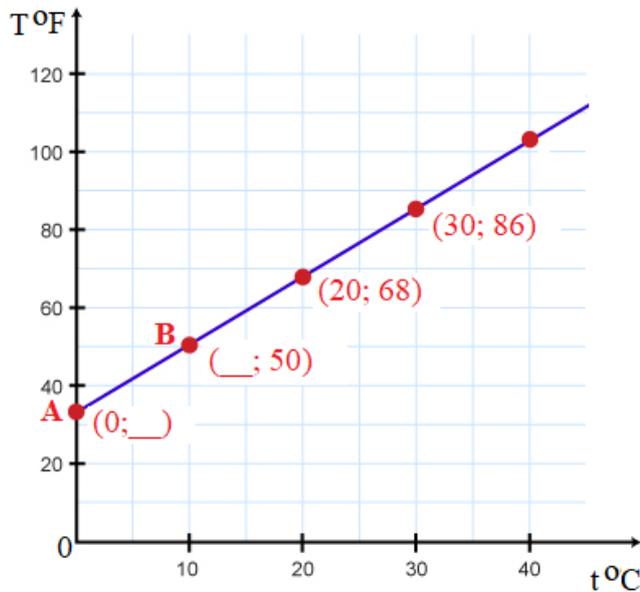
Б) Какова оценка температуры учащегося?

Отметьте **один** верный вариант ответа.

- 1) Пониженная
- 2) Нормальная
- 3) Повышенная
- 4) Высокая

Задание 3 / 4. На рисунке изображён график зависимости температуры по шкале Фаренгейта от температуры по шкале Цельсия. Используя формулу, вычислите ординату точки *A* и абсциссу точки *B*.

Запишите свои ответы в виде чисел.



Задание 4 / 4. Работнику турфирмы при общении с иностранными туристами часто приходится переводить температуру из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия. Чтобы делать это быстро, он сформулировал для себя следующее правило:

«Вычти из градусов Фаренгейта 32, результат умножь на 5, полученное произведение раздели на 9».

Приведите обоснование того, что сформулированное правило верно.

Защитите свой ответ. _____

Комплексное задание «Шкалы температур» формулируется вне предметной математической области, оно является информационно-познавательным и описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть у человека, находящегося в другой стране, или при общении с гражданами других стран и анализе информации, связанной с температурой воздуха и тела человека.

При выполнении заданий учащимся необходимо выполнить пересчёт температурных значений из одной шкалы в другую с использованием табличной информации, где представлены формулы перевода значений температуры из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия и наоборот, сделав верный выбор формулы.

Вводный текст к заданиям, преамбула, состоит из двух частей: текстовой и табличной. Текстовая часть необходима для понимания основной темы и понятий, которые важны для рассматриваемой ситуации (необходимость использования определенных шкал для измерения температуры воздуха и тела человека в двух различных странах). Табличная часть содержит информацию для выполнения заданий.

Все задания связаны с разными видами работ с формулой и отнесены к области содержания «Изменения и зависимости».

В задании 1 от ученика требуется выбрать одну из формул, представленных в таблице, применить стандартные процедуры – выполнить подстановку заданного значения в формулу и выполнить вычисления (умножение десятичного числа на 10 и сложение двух натуральных чисел в пределах 100).

Задание относится к заданиям низкого уровня математической грамотности, т.к. учащимся предлагается ситуация, предполагающая прямые вычисления по формуле на основе информации из единственного источника, представленной в единственной форме. При вычислениях выполняются действия с рациональными числами. Здесь представлена чётко заданная знакомая ситуация, связанная с определением температуры тела человека.

В задании 2 требуется определить по формуле температуру тела в градусах Цельсия и оценить её, интерпретировать в соответствии с информацией, представленной в таблице.

Задание 2 сложнее: оно содержит несколько источников (информация о плохом самочувствии учащегося с указанием значения температуры его тела в градусах Фаренгейта – один источник, таблица с оценкой температуры – второй источник), текстовую и цифровую информацию, часть из которой представлена в таблице. Для ответа на вопрос, после получения результата вычисления по формуле, надо сначала округлить его до традиционно принятого в жизни разряда (до $37,8^{\circ}\text{C}$), а затем дать ему элементарную интерпретацию. Для этого следует в первом столбе таблицы найти соответствующий этому значению интервал (от 37,1 до 39), выполнив сравнение чисел ($37,1 < 37,8 < 39$), и считать информацию из второго столбца в этой строке.

Данное задание относится к среднему уровню математической грамотности, так как для его выполнения от учащегося требуется совершить несколько стандартных действий и операций: подстановка числового значения в формулу, вычисления, округление результата, выбор разряда, изучение таблицы, сравнение с интервалами из таблицы и выбор подходящего.

В задании 3 учащемуся необходимо рассмотреть график функциональной зависимости температуры по шкале Фаренгейта от температуры по шкале Цельсия и вычислить по соответствующей формуле значение ординаты по заданной абсциссе и значение абсциссы по заданной ординате точек, расположенных на графике.

Это стандартное предметное умение базового уровня, некоторый элемент нестандартности связан с тем, что функциональной зависимостью связаны две

физические величины – значения температур по двум различным шкалам. Поэтому основным видом когнитивной деятельности при выполнении задания является «применять», а уровень сложности определен как низкий.

Задание 4 представляет собой пример задания высокого уровня сложности, требующего понимания смысла введения букв и умения выполнять преобразования числового выражения. Ученику необходимо соотнести вербально заданное правило, связывающее значения температур по шкале Фаренгейта и по шкале Цельсия, с заданной формулой, и определить, соответствует ли оно формуле. Вербальное правило предназначено для устных вычислений, поэтому числа представлены в нем в виде, удобном именно для устных вычислений, а не в том, как они представлены в формуле. В этом заключается смысл действий, которые требуются от ученика: выполнить преобразование выражения.

По форме ответа это задание открытого типа - с развернутым ответом. Ученику начисляются 2 балла, если дан ответ, в котором приводится верное обоснование, например: $^{\circ}\text{C} = (^{\circ}\text{F} - 32) : 1,8 = (^{\circ}\text{F} - 32) : \frac{18}{10} = (^{\circ}\text{F} - 32) \cdot \frac{10}{18} = (^{\circ}\text{F} - 32) \cdot \frac{5}{9} = (^{\circ}\text{F} - 32) \cdot 5 : 9$.

Допускается отсутствие некоторых шагов в приведенной цепочке; достаточно записи, говорящей о понимании, что $t : 1,8 = t \cdot 5 : 9$. Если на примере конкретного числового значения температуры показано, что правило дает тот же результат, что и формула, однако, обобщение для любого числа отсутствует, начисляется 1 балл. Например: «Я взял число 5 и подставил формула данную в таблице, и получился ответ 41, затем взял это же число, подставил под формулу Дмитрия и получил такой же ответ».

Показательны ответы учащихся, имеющих низкие уровни математической грамотности и испытывающих серьезные трудности при применении математических знаний.

Уровень ниже низкого: такой учащийся не распознает математический аспект ситуации, его ответы «не про математику»: «Да, этому учили в школе»; «Да правильно потому что школа фаренгейта используется во всем мире»; «Да, потому что он запомнил правильно»; «Он прочитал в интернете и поэтому должно быть правильно». (Здесь и далее пунктуация авторов сохранена.)

Для низкого уровня характерно формальное распознавание математических структур без понимания связей между ними: такой учащийся не видит возможностей для преобразования вербальной формулы в формулу, записанную символами: «Градус Цельсия нужно умножить на 1,8, а не на 9. И делить на 5 не нужно»; «Не верно вот

формула $^{\circ}\text{F} = 1,8 \cdot ^{\circ}\text{C} + 32$ »; «Так в формуле **ВООБЩЕ** другие числа»; «В правиле Фаренгейта нет деления, там только умножение и сложение».

Следующий уровень отличает понимание идеи преобразования формулы из одной формы представления в другую, но такой учащийся не способен выполнить преобразования. Скорее всего, это его ответ: «Правильно, так как если упростить предложенную формулу, то получится формула Димы».

После выполнения комплексного задания работа с ситуацией может быть продолжена учащимися и проведена для других значений температуры. Она может быть организована в виде небольшого исследования или проекта (изучение свойств зависимостей, соответствия нулей на шкалах - температуры замерзания и кипения воды), эта работа может быть увязана с курсом физики.

Комплексные задания могут использоваться для более эффективного освоения тем, традиционно вызывающих затруднения у обучающихся. Например, темы «Проценты», «Действия с десятичными дробями». Рассмотрим пример задания, которое можно использовать как на этапе первичного закрепления, так и для организации дифференцированной работы, которая поможет оказать точечную помощь шестиклассникам, испытывающим трудности в освоении тем.

Пример 7. Комплексное задание «Сообщения». 6 класс.

СООБЩЕНИЯ

Шестиклассницы Ира, Оля и Галя пользуются сотовыми телефонами и любят писать короткие сообщения (sms). У них разные тарифы сотовых операторов. В этих тарифах разное количество бесплатных сообщений, разная цена одного сообщения сверх лимита – дополнительного.

Информация о текстовых сообщениях **sms**

Имя	Тариф	Количество бесплатных текстовых сообщений (лимит sms)	Цена сообщения сверх лимита
Ира	Друзья	100 штук	1,6 р.
Оля	Весёлая семейка	200 штук	2,4 р.
Галя	Общительный	300 штук	3,2 р.

Задание 1 / 2. На сколько процентов дороже дополнительное сообщение в тарифе «Общительный», чем в тарифе «Друзья»?

Запишите свой ответ в виде числа. На _____

Задание 2 / 2. Если каждая из девочек отправила за месяц 500 сообщений, то кому из них пришлось заплатить самую большую сумму денег за дополнительные сообщения?

Отметьте нужный вариант ответа.

Ире Оле Гале

Объясните свой ответ. _____

Как и в предыдущем задании (для учащихся 7-х классов) обучающимся нужно было провести анализ ситуации, представленной частично в текстовой, частично в табличной форме. Сама ситуация, связанная с отправлением текстовых сообщений с сотового телефона, понятна и близка любому современному школьнику.

В задании 1 перед учеником ставится задача сравнить стоимость дополнительных сообщений при использовании разных тарифов для отправления и вычислить, насколько процентов дороже отправить сообщение по одному из двух тарифов. Для выполнения задания требуется умение читать таблицу и извлекать из неё необходимые данные, находить процентное отношение разности двух чисел (1,6 и 3,2), выполнять действия с десятичными дробями.

Это задание низкого уровня сложности, требующее прямого применения знаний, способствующее накоплению учеником учебного опыта применения представлений о процентах и действиях с десятичными дробями для решения практических задач.

При выполнении задания 2 обучающемуся необходимо вернуться к описанию ситуации, воспользоваться информацией из основного текста – сюжета комплексного задания, содержащейся в нем таблицы, а также данного из формулировки конкретного вопроса. Для расчета стоимости отправленных сообщений по разным тарифам, шестиклассник пользуется данными таблицы, учитывает условия покупки, выполняет действия с десятичными дробями, приводит объяснение полученного ответа. В ходе апробации этого задания было установлено, что более 50% школьников смогли дать верный ответ, более половины из них смогли представить рассуждение, приводящее к ответу.

После выполнения комплексного задания шестиклассникам можно предложить припомнить или придумать ситуации, в которых они смогут применить представления о процентах (скидки в магазинах, проценты по вкладам в банке и т.д.), попрактиковаться в выполнении действий с дробями.

2.2. Использование заданий для оценки математической грамотности

Для оценки математической грамотности предлагается использовать готовые диагностические работы, рассчитанные на 40 минут урока.

Однако учитель не всегда может отвести целый урок для выполнения такого задания. В этом случае он может самостоятельно составить блок заданий, рассчитанный

на 20 минут выполнения. Конечно, в качестве такого блока можно использовать целиком и полностью одно комплексное задание, однако, более целесообразным представляется следующая *структура блока*: 2 комплексных задания по 2-3 вопроса в каждом, всего 4-5 вопросов.

Комплексные задания подбираются таким образом, чтобы в каждую диагностическую работу входили вопросы/задания, представляющие как минимум:

- две области математического содержания,
- два контекста,
- три мыслительных процесса;
- три уровня сложности: не менее одного лёгкого, двух средних и одного сложного (возможно корректировка с учетом возможностей и уровня математической подготовки учащихся класса).

Далее приводится пример диагностической работы для учащихся 7-х классов, отвечающий заданным параметрам.

Пример 8. Диагностический блок. 7 класс

Прочитайте текст «Ремонт комнаты» и выполните задания 1 -2.

РЕМОНТ КОМНАТЫ

Семья Марии делает ремонт в её комнате. План комнаты с замерами, которые сделала Мария, представлен ниже.

Комната имеет неправильную форму: три прямых угла, а вместо четвёртого угла она имеет стену округлой формы.



Для покрытия пола Мария выбрала ковровин. Ковровин продают в рулонах, от которых покупатель может попросить отрезать необходимое ему количество метров. Ширина рулона – 2 м. Планируется полностью покрыть пол комнаты ковровином, без зазоров и нахлёстов.

Для справок:

$$C = 2\pi R \text{ — длина окружности,}$$

$S = \pi R^2$ – площадь круга, где R – радиус круга.

Считайте, что $\pi = 3,14$.

Задание 1. Ширина рулона меньше длины и меньше ширины комнаты, поэтому, чтобы полностью покрыть пол комнаты, надо выложить вплотную один к другому несколько кусков ковролина перпендикулярно стене с окном.

А) Сколько кусков ковролина придётся выложить?

Запишите свой ответ в виде числа. Ответ: _____ шт.

Б) Какова длина одного такого куска?

Запишите свой ответ в виде числа. Ответ: _____ м

В) Какого наименьшего количества метров ковролина будет достаточно, чтобы полностью застелить пол в комнате Марии?

Запишите свой ответ в виде числа. Ответ: _____ м

Задание 2. От рулона шириной 2 м отрезан кусок длиной 5 м.

Какова наибольшая площадь комнаты (в квадратных метрах), пол которой можно полностью покрыть этим ковролином?

Запишите свой ответ в виде числа. Ответ: _____ м²

Прочитайте текст «Московский метрополитен» и выполните задания 3 и 4.

МОСКОВСКИЙ МЕТРОПОЛИТЕН

В кассе московского метрополитена продают билеты на различное число поездок (см. таблицу).

Число поездок	1	2	20	40	60
Стоимость билета, р.	55	110	470	1494	1765

Билеты на одну и на две поездки действуют 5 дней с момента продажи (включая день продажи). Билеты на 20, 40, 60 поездок действуют 90 дней с момента продажи.

Задание 3. Для проведения рекламной кампании с целью увеличения покупок билетов на 40 поездок рекламной службе метрополитена необходимо сообщить пассажирам: сколько рублей можно сэкономить, покупая билет на 40 поездок (при условии использования всех поездок), по сравнению с покупкой одноразовых билетов?

Запишите свой ответ в виде числа. Ответ: _____ р.

Приведите решение: _____

Задание 4. Билеты на одну и на две поездки действуют 5 дней с момента продажи (включая день продажи). Билеты на 20, 40, 60 поездок действуют 90 дней с момента продажи.

Не всегда удаётся, купив билет на определённое число поездок, совершить все поездки за отведённое количество дней. Например, пассажир, который рассчитывает на то, что он будет ездить на работу 5 дней в неделю, может надолго заболеть или неожиданно уехать в командировку.

Какое наименьшее число поездок надо совершить, чтобы стоимость билета на 40 поездок **не** превысила стоимости одноразовых билетов?

Запишите свой ответ в виде числа. Ответ: _____ р.

Характеристики заданий диагностического блока

Области содержания: пространство и формы (№1, 2), Неопределённость и данные (№3), Количество (№4).

Виды мыслительной деятельности: формулировать (№1, 2) интерпретировать (№4), применять (№3).

Контексты: Личная жизнь (№1), Образовательный (№2), Общественный (№3, 4).

Уровни сложности: низкий (№2), средний (№1, 3), высокий (№4).

Формы ответа: краткий ответ (№1, 2, 4), развернутый ответ (№3).

Объекты проверки: составление фигуры из заданных элементов с учётом их линейных размеров (№1), вычислять площадь прямоугольника (№2), выполнять расчеты с реальными величинами с извлечением данных из таблицы и текста (№3, 4), выполнять вычисления с натуральными числами (№3) и с рациональными числами (№4).

Оценка ответов:

№1. *Ответ принимается полностью:* Ответ: А) 3; Б) 6 м; В) 18 м. (Если наименования отсутствуют, ответ принимается.) Даны 3 верных ответа. Ответ принимается частично: Даны верные ответы на любые два вопроса, на один из вопросов ответ неверный или отсутствует.

№2. *Ответ принимается полностью:* Дан верный ответ: 10.

№3. *Ответ принимается полностью:* Дан верный ответ: 706 р., приведено верное решение: $40 \cdot 55 - 1494 = 706$ р.

Ответ принимается частично: данные из таблицы выбраны верно: 40, 55, 1494, решение записано, но в вычислениях допущена арифметическая ошибка.

№4. *Ответ принимается полностью:* Дан верный ответ: 28.

Ответ принимается частично: Дан ответ: 27, т.к. округление приведено по правилу, а не по смыслу.

2.3. Предупреждение типичных трудностей в изучении математики средствами открытого банка заданий

В пункте «Основные элементы содержания, выделяемые для формирования и оценки математической грамотности» были представлены некоторые типичные затруднения, с которыми сталкиваются учащиеся основной школы, выполняя задания международных сравнительных исследований, а также участвуя в оценочных процедурах федерального и регионального уровня. Приведем примеры отдельных заданий открытого банка, которые могут помочь учителю в преодолении двух групп затруднений.

Восполнение дефицитных предметных умений

В процессе обучения у пятиклассников часто проявляются недостатки и отдельные методические просчеты начальной математической подготовки школьников. У бывших младших школьников имеется большой учебный опыт в решении типовых учебных задач и недостаточный – в самостоятельном выборе и применении знаний в ситуациях, отличных от стандартных, изученных. Включение в урок заданий, в которых неочевидно использование изученных алгоритмов, способов решений позволяет восполнить недостатки предметной подготовки, подготовить обучающихся к применению имеющихся математических знаний для освоения новых, к решению житейских проблем средствами математики.

Пример 9. Комплексное задание «Электробус». 6 класс.

ЭЛЕКТРОБУС

В 2018 году в Москве появился новый вид наземного общественного транспорта – электробус. Средняя скорость движения электробуса по маршруту составляет 48 км/ч.

Справочная информация: Электробус – это автобус на электрической тяге. Он не привязан к контактной сети как трамвай и не нуждается в жидком топливе как автобус.



Электробусы заряжаются на специальных станциях. Они современны и удобны для пассажиров: имеют низкие ступеньки для входа, кондиционеры, USB-зарядки и информационные экраны.

Задание 1. Какое расстояние преодолеет электробус за 5 минут безостановочного движения с такой скоростью?

Запишите ответ в виде числа и укажите единицы измерения. _____

Обсуждение предложенной ситуации (анализ сюжета, величин), планирование действий и выявление проблемных шагов в решении позволяет предупредить типичные

затруднения шестиклассников в работе с величинами движения, получение ошибочных ответов «240» («240 км», «240 км/ч»), которые, к сожалению, допускают до 25 % шестиклассников. Одним из методических приемов работы учителя математики может быть обсуждение неверных ответов, их возможных причин, а также поиск путей предупреждения и устранения трудностей. Например, анализируя полученный ответ, шестиклассник может задать себе вопрос: «Возможно ли такое?». Очевидно, что автобус, который едет всего лишь 5 минут со скоростью 48 км/ч, не может проехать 240 км. Он успеет проехать значительно меньше 48 км.

Рассмотрим другое задание с тем же сюжетом.

Задание 2. Ежедневно по Москве на электробусах пассажиры совершают 137,5 тысяч поездок. В целом по Москве за то же время на общественном транспорте совершается около 16,5 млн. поездок. Какую часть всех поездок составляют поездки на электробусах?

Отметьте один верный вариант ответа.

$\frac{1}{120}$

$\frac{1}{83}$

$\frac{1}{12}$

$\frac{1}{8}$

Выбор шестиклассниками каждого из неверных ответов указывает на конкретные трудности в работе с многозначными числами, десятичными дробями. Так самая распространенная ошибка – выбор ответа $\frac{1}{12}$ – связана с неумением выполнять деление десятичных дробей, выбор других неверных ответов определяется, в первую очередь, неправильным прочтением и соотношением чисел.

Работа с информацией, представленной в разных формах

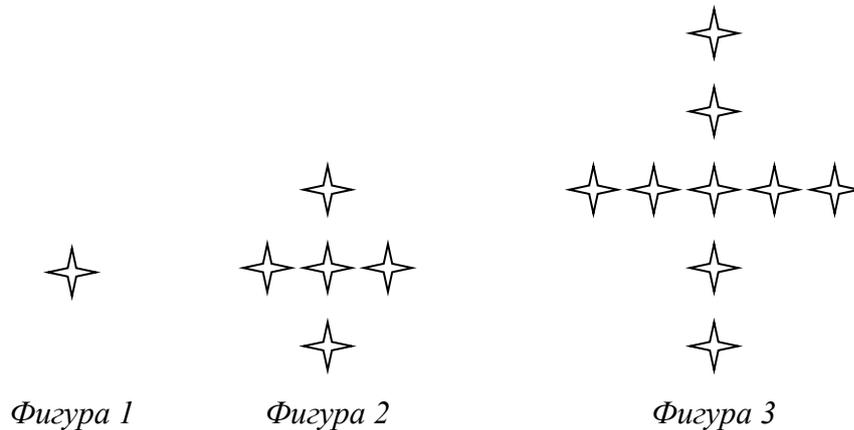
Проведенное в Институте стратегии развития образования исследование показало, что обучающиеся 5-9 классов демонстрируют затруднения, связанные с необходимостью понимать и применять в ходе решения сведения и данные, представленные в тексте, таблице, на рисунке и т.д. Чаще всего школьники концентрируют внимание на одном-двух источниках информации, пренебрегая остальными. Рассмотрим пример комплексного задания для пятого класса.

Пример 10. Комплексное задание «Карнавал в школе». 5 класс.

КАРНАВАЛ В ШКОЛЕ

В школе перед началом летних каникул решили устроить карнавал для учащихся 4-5 классов. Было решено, что каждый участник придёт в костюме.

Коля решил нарядиться звездочётом. Его младшая сестра Даша помогает Коле с подготовкой костюма. Онашивает бусины-звёздочки () на плащ звездочёта по правилу так, как показано на рисунке.



Даша собираетсяшить на костюм брата 5 фигур, используя правило этой последовательности. Помогите Даше определить количество звёздочек, которое ей понадобится.

Заполните следующую таблицу.

Количество звёздочек

Фигура	Количество звёздочек для одной фигуры	Общее количество звёздочек
1 (первая)	1	1
2	5	6
3	9	15
4		
5		

Сколько звёздочек нужно Даше, чтобышить на костюм пять фигур? _____ зв.

Работа над этим заданием на уроке в 5 классе может включать обсуждение приемов чтения схематичного рисунка, на котором представлена закономерность расположения звёздочек, текста задания для установления проблемы для решения, таблицы для представления хода рассуждений. Важно обсудить и план решения,

сопроводив его комментарием о том, где будет взята информация для каждого этапа получения ответа на вопрос.

Успешность использования комплексных заданий определяется не только актуальными сюжетами, разнообразием форм и контекстов деятельности ученика. Важную роль играет их разноуровневость. Предоставление ученику возможности работать с заданиями, требующими разных интеллектуальных усилий, создает ситуации интеллектуального напряжения и отдыха, стимулирует познавательную активность и мотивирует учебный труд обучающегося [2, 4, 5].

Раздел 3. Использование диагностических работ для проведения внутришкольного мониторинга формирования функциональной грамотности.

В дополнение к комплексным заданиям, разработанным для формирования и оценки функциональной грамотности в учебном процессе, на платформе Российской электронной школы (РЭШ) представлены диагностические работы, назначением которых является оценка уровня сформированности функциональной грамотности для отдельных направлений.

В разделе по математической грамотности предлагаются по две диагностические работы на каждый класс. С их помощью можно определить уровни математической грамотности учащихся, класса и школы. С учетом полученных результатов можно выстраивать траектории обучения и повышения функциональной грамотности учеников. Диагностические работы рассчитаны на 40 минут (один урок).

Представим общие подходы для формирования диагностических работ.

Содержание диагностической работы определяется требованиями к результатам, зафиксированными во ФГОС и в примерной основной образовательной программе основного общего образования.

Методологической основой разработки заданий для формирования и оценки МГ выбрана концепция современного международного исследования PISA (Programme for International Students Assessment), результаты которого используются многими странами мира для модернизации содержания и процесса обучения.

В разрабатываемом российском мониторинге функциональной грамотности математическая грамотность понимается так же, как и в исследовании PISA: «Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира».

При разработке заданий применяется трехмерная модель оценки, используемая в исследовании PISA. Тремя её составляющими являются: а) *содержательная область оценки*, б) компетентностная область оценки, в) *контексты (жизненные ситуации)*.

Содержание заданий представлено в предметных областях, зафиксированных в Системе (рамке) математической компетентности для учащихся школьного возраста, разработанной в России. В числе этих предметных областей: количество, пространство и форма, изменение и зависимости, неопределенность и данные.

Процессы описывают четыре вида познавательной деятельности и умственных стратегий и подходов, которые актуализируют знание и понимание в области математики: формулировать, применять, интерпретировать/оценивать, рассуждать.

Принятое определение математической грамотности повлекло за собой разработку особого инструментария исследования: учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а *близкие к реальным проблемные ситуации*, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.

К каждой ситуации предлагаются связанные с ней вопросы, которые требуют осуществить все процессы работы над проблемой: от выявления математической информации через ее анализ и оценку математических проблем к применению.

Материалы, предлагаемые для учащихся разного возраста, различаются по охваченным темам и контекстам, степени сложности предлагаемых заданий, форматам представленности в заданиях процессов познавательной деятельности.

Задания предлагаются учащимся на компьютере, и ответы они вносят, используя клавиатуру компьютера.

В работе предлагаются задания разного типа по форме ответа:

- с выбором одного или нескольких верных ответов из предложенных альтернатив;
- со свободным кратким ответом в форме конкретного числа, одного-двух слов;
- со свободным полным ответом, содержащим запись решения поставленной проблемы, построение заданного геометрического объекта, объяснение полученного ответа.

При формировании вариантов диагностической работы учитываются следующие требования:

– Варианты должны быть сопоставимы по уровню трудности, по числу заданий и максимальному баллу за выполнение всех заданий работы.

– Задания, используемые в диагностической работе, должны пройти апробацию и иметь стабильные статистические характеристики.

– Уровни сформированности функциональной грамотности определяются на основе шкалирования результатов выполнения заданий.

Время выполнения диагностической работы составляет 40 минут.

Выполнение заданий с выбором ответа и закрытым кратким ответом оценивается автоматически, задания со свободным кратким и полным ответом оцениваются экспертами.

По результатам выполнения диагностической работы на основе суммарного балла, полученного учащимся за выполнение всех заданий, определяется уровень сформированности математической грамотности.

В данных методических рекомендациях приводятся диагностические работы по математической грамотности для учащихся 9-х классов. Первый вариант включает такие комплексы как «Домашние животные» и «Проекционное расстояние», второй – «Платная дорога» и «Деление одноклеточных организмов».

По результатам проведения диагностических работ формируются статистические данные о результатах выполнения работы отдельными учащимися и классом в целом.

Показатели, характеризующие основные результаты выполнения диагностических работ, включают:

1. Средний результат выполнения диагностической работы. Его количественной характеристикой является общий балл за выполнение всей работы (по 100-балльной шкале). Он равен отношению баллов, полученных учащимся за выполнение заданий за данный вариант работы, к максимальному баллу, который можно было получить за выполнение всех заданий данного варианта, выраженное в процентах. На основе показателя успешности выполнения работы делается вывод об успешности сформированности функциональной грамотности.

2. Уровень сформированности функциональной грамотности. Определяется по результатам шкалирования и выделяют 5 уровней сформированности функциональной грамотности: недостаточный, низкий, средний, повышенный и высокий.

Уровни функциональной грамотности описываются в терминах способности использовать полученные в школе знания и умения для решения широкого круга задач. Второй уровень – низкий - считается пороговым. После достижения этого уровня

учащиеся могут применить знания в простейших не учебных ситуациях. На четвертом – повышенном – уровне учащиеся способны получать и интерпретировать новую информацию на основе имеющихся знаний и умений. На пятом – высоком – уровне они проявляют способность самостоятельно разобраться в сложных ситуациях.

По результатам выполнения диагностической работы определяется индивидуальный уровень учащегося, а также предлагается обобщенная статистика распределения учащихся класса по уровням сформированности функциональной грамотности по данному направлению.

После проведения диагностической работы и проверки учителем или экспертом ответов учащихся формируются обобщенные таблицы и диаграммы с результатами класса.

Ниже представлены примеры форм, в которых приводятся средние результаты по классу, средние результаты и уровни сформированности функциональной грамотности отдельных учащихся и средние результаты выполнения всех заданий диагностической работы, а также распределение учащихся класса по уровням сформированности функциональной грамотности.

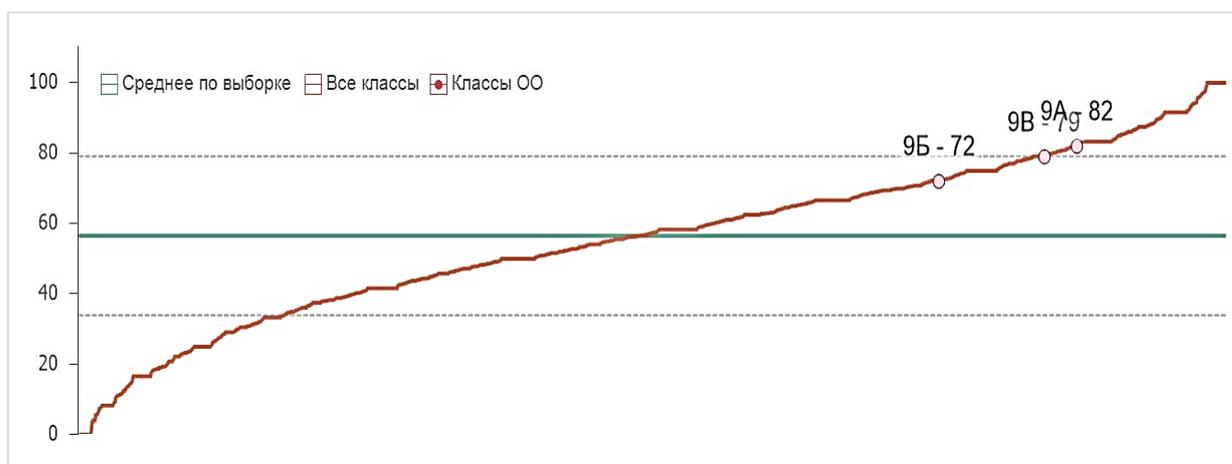
Все результаты приводятся в сопоставлении со средними результатами выборки всех учащихся, выполнявших данный вариант работы.

Форма 1. Результаты выполнения диагностической работы по функциональной грамотности (Математическая грамотность)

Класс	Общий балл (% от макс. балла)	Процент учащихся, достигших базового уровня ФГ
9А (учащихся - 19)	82	100
9Б (учащихся - 22)	72	100
9В (учащихся - 15)	79	100
Среднее по выборке (10 000 учащихся)	57	48

Математическая грамотность

средний процент по выборке 57, стандартное отклонение 23



Форма 2. Результаты выполнения диагностической работы по функциональной грамотности по учащимся (Математическая грамотность)

9Б

№	ФИО (номер) учащегося	Общий балл (% от макс. балла)	Уровень достижения ФГ
1	XXXXXX	58	Средний
2	XXXXXX	83	Повышенный
3	XXXXXX	92	Высокий
4	XXXXXX	83	Повышенный
5	XXXXXX	67	Средний
6	XXXXXX	67	Средний
7	XXXXXX	83	Повышенный
8	XXXXXX	25	Низкий
9	XXXXXX	92	Высокий
10	XXXXXX	58	Средний
11	XXXXXX	67	Средний
12	XXXXXX	33	Низкий
13	XXXXXX	75	Повышенный
14	XXXXXX	75	Повышенный
15	XXXXXX	92	Высокий
16	XXXXXX	75	Повышенный
17	XXXXXX	92	Высокий
18	XXXXXX	67	Средний
19	XXXXXX	67	Средний
20	XXXXXX	83	Повышенный
21	XXXXXX	67	Средний
22	XXXXXX	92	Высокий
В среднем по классу:		72	

Форма 3 содержит информацию о проценте выполнения того или иного задания учащимися некоторого класса в сравнении со средними результатами выборки стандартизации.

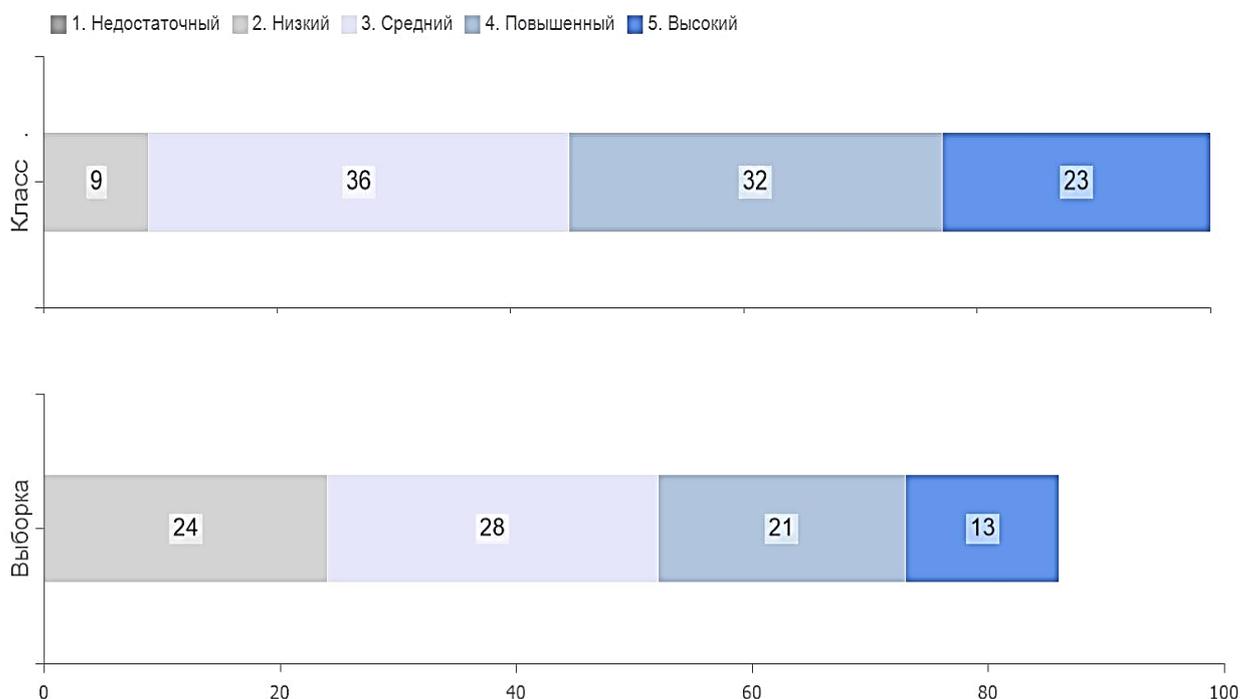
Форма 3. Результаты выполнения заданий по функциональной грамотности

№ задания в варианте	Номер задания в комплексном задании	Что оценивается в задании (объект оценки)	Баллы за задание	Процент выполнения (школа)	Процент выполнения (выборка)
Вариант 1					
Математическая грамотность. Платная дорога, 9 класс					
1	1	Работать с информацией, представленной в форме таблицы (чтение таблиц)	2	100	78
2	2	Выполнять реальные денежные расчёты с извлечением данных из таблицы, выполнять вычисления с рациональными числами	2	88	64
3	3	Вычислять процентное отношение с извлечением данных из таблицы, выполнять вычисления с рациональными числами	1	95	65
4	4	Решать комбинаторные задачи на размещения с повторениями	1	75	65
Математическая грамотность. Деление одноклеточных организмов, 9 класс					
5	1	Читать и интерпретировать данные, представленные на графике, вычислять n -ый член геометрической прогрессии, степень числа с натуральным показателем, выполнять реальные расчёты	2	85	38
6	2	Читать и интерпретировать данные, представленные на графике, вычислять n -ый член геометрической прогрессии, степень числа с натуральным показателем	2	28	46
7	3	Выполнять вычисления по вербально заданному правилу	2	81	45

Также в качестве обратной связи использовался график распределения учащихся того или иного класса по уровням в сравнении со средними результатами всех участвовавших в тестировании учащихся.

Форма 4. Распределение учащихся по уровням сформированности функциональной грамотности

Класс 9Б



Уровень	Класс	Выборка
Низкий	9	24
Средний	36	28
Повышенный	32	21
Высокий	23	13

Для организации работы по анализу и интерпретации результатов выполнения работ предлагается следующий план действий.

План анализа результатов диагностической работы

1. Анализ полученных результатов выполнения диагностической работы и их обсуждение в коллективе учителей, преподающих в данном классе.
2. Разбор выполнения заданий учащимися класса в коллективе учителей, преподающих в данном классе.
3. Выделение групп учащихся с различным уровнем сформированности функциональной грамотности.
4. Планирование индивидуальной и групповой работы с учащимися с разным уровнем функциональной грамотности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гэйбл Э. Цифровая трансформация школьного образования. Международный опыт, тренды, глобальные рекомендации / пер. с англ.; под науч. ред. П. А. Сергоманова. М.: НИУ ВШЭ, 2019. 108 с.
2. Денищева Л. О., Краснянская К. А., Рыдзе О. А. Подходы к составлению заданий для формирования математической грамотности учащихся 5–6 класса. // Отечественная и зарубежная педагогика. 2020. №2 (70). Т. 2. С. 181-201
3. Леонтьев А.А. Педагогика здравого смысла. Избранные работы по философии образования и педагогической психологии / Сост., предисл., коммент. Д.А.Леонтьева. – М.: Смысл, 2016, 528 с.
4. Рослова Л. О., Квитко Е. С., Денищева Л. О. и др. Проблема формирования способности «применять математику» в контексте уровней математической грамотности // Отечественная и зарубежная педагогика. 2020. Т. 2, № 2 (70). С. 74-99.
5. Рослова Л. О., Краснянская К. А., Квитко Е. С. Концептуальные основы формирования и оценки математической грамотности // Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. Т. 1, № 4 (61). С. 58–79.
6. Примерная основная образовательная программа начального общего образования. <https://fgosreestr.ru/> (дата обращения 17.02.22).
7. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. <https://fgosreestr.ru/> (дата обращения 17.02.22).
8. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <https://fgos.ru/>.
9. Examples // PISA 2021 Mathematics Framework [Электронный ресурс]. URL: [PISA 2022: Mathematics Framework \(oecd.org\)](https://pisa.oecd.org/PISA-2021-Mathematics-Framework) (дата обращения: 17.02.22).
10. OECD (2017), PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, revised edition, PISA, OECD Publishing, Paris. p. 65-80 (определение – p. 67).
11. OECD (2018), PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft), PISA, OECD Publishing, Stockholm, p.46.
12. OECD Governing Board PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft), April 2018 [For Official Use], p. 8, 21-22.

13. PISA 2018 Draft Analytical Framework [Электронный ресурс] //Официальный сайт ОЭСР. URL: <http://www.oecd.org/pisa/data/PISA-2018-draft-frameworks.pdf>.
14. PISA 2021 Mathematics Framework (Draft) [Электронный ресурс]. URL: [https://pisa2021-maths.oecd.org/files/PISA 2021 Mathematics Framework Draft.pdf](https://pisa2021-maths.oecd.org/files/PISA%2021%20Mathematics%20Framework%20Draft.pdf) (дата обращения: 01.07.2021).
15. Students, Computers and Learning: Making the Connection // OECDiLibrary. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264239555-en>.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Спецификация диагностических работ по функциональной грамотности для учащихся 9-х классов: математическая грамотность

СПЕЦИФИКАЦИЯ
диагностических работ по функциональной грамотности
для учащихся 9-х классов:
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

1. **Цель диагностической работы:** оценить уровень сформированности математической грамотности как составляющей функциональной грамотности.

2. **Подходы к разработке диагностической работы.**

Методологической основой разработки заданий для формирования и оценки МГ выбрана концепция современного международного исследования PISA (Programme for International Students Assessment), результаты которого используются многими странами мира для модернизации содержания и процесса обучения.

В разрабатываемом российском мониторинге функциональной грамотности математическая грамотность понимается так же, как и в исследовании PISA: как «Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира».

Основа организации оценки математической грамотности включает три структурных компонента:

- *контекст*, в котором представлена проблема;
- *содержание математического образования*, которое используется в заданиях;
- *мыслительная деятельность (компетентностная область)*, необходимая для того, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математическим содержанием, необходимым для её решения.

Принятое определение математической грамотности повлекло за собой разработку особого инструментария исследования: учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а *близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте* и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.

3. Общая характеристика диагностической работы:

3.1. Содержательная область оценки (распределение заданий по отдельным областям)

Таблица 1

Распределение заданий по содержательным областям

Содержательная область	Число заданий в работе	
	Вариант 1	Вариант 2
Количество	1	3
Пространство и форма	2	
Изменение и зависимости		2
Неопределенность и данные	4	2
Итого	7	7

3.2. Компетентностная область оценки (распределение заданий по отдельным областям)

Таблица 2

Распределение заданий по компетентностным областям

Компетентностная область	Число заданий в работе	
	Вариант 1	Вариант 2
Формулировать	2	2
Применять	1	4
Интерпретировать/оценивать	2	
Рассуждать	2	1
Итого	7	7

3.3. Контекст (распределение заданий по отдельным категориям)

Таблица 3

Распределение заданий по контекстам

Контекст	Число заданий в работе	
	Вариант 1	Вариант 2
Общественный	4	4
Научный	3	3
Итого	7	7

3.4. Уровень сложности задания (распределение заданий по отдельным категориям)

Таблица 4

Распределение заданий по уровню сложности

Уровень сложности	Число заданий в работе	
	Вариант 1	Вариант 2
Низкий	2	3
Средний	4	3
Высокий	1	1
Итого	7	7

3.5. Тип задания по форме ответов

В вариантах используются следующие типы заданий:

- с выбором нескольких верных ответов
- с комплексным множественным выбором

- с кратким ответом (в виде текста (букв, слов, цифр))
- с несколькими краткими ответами (отдельные поля для ответов)
- с развернутым ответом
- с кратким и развернутым ответом

Более подробные характеристики заданий варианта представлены в плане работы (Приложение 1).

4. **Время выполнения** диагностической работы составляет 40 минут.

5. **Система оценки** выполнения диагностической работы

В работу входят задания, которые оцениваются одним баллом (по 2 задания в каждом варианте), двумя баллами (по 5 заданий в каждом варианте).

Максимальный балл по каждому варианту составляет 12 баллов.

Выполнение отдельных заданий оценивается автоматически компьютерной программой или экспертом в зависимости от типа заданий.

Критерии оценивания заданий. Задания с развернутым ответом, выбором нескольких ответов оцениваются в 2, 1, 0 баллов: полный верный ответ – 2 балла, частично верный ответ – 1 балл, неверный ответ – 0 баллов.

По результатам выполнения диагностической работы на основе суммарного балла, полученного учащимся за выполнение всех заданий, определяется уровень сформированности математической грамотности:

- *Недостаточный:* 0 – 2 балла
- *Низкий:* 3 – 5 баллов
- *Средний:* 6 – 8 баллов
- *Повышенный:* 9 – 10 баллов
- *Высокий:* 11 – 12 баллов

6. Приложение 1. План диагностической работы.

План диагностических работ по математической грамотности

Вариант 1

№ задания	Содержательная область	Компетентностная область	Объект оценки	Тип проверки (эксперт/программа)	Балл за выполнение
ДОМАШНИЕ ЖИВОТНЫЕ					
1	Неопределенность и данные	Интерпретировать	Читать диаграммы	Программа	2
2	Неопределенность и данные	Формулировать	Использовать разные наглядные способы представления данных	Программа	1
3	Неопределенность и данные	Применять	Вычислять вероятность события	Программа	1
4	Неопределенность и данные	Рассуждать	Читать столбчатые диаграммы, интерпретировать информацию	Эксперт	2
ПРОЕКЦИОННОЕ РАССТОЯНИЕ					
5	Пространство и форма	Формулировать	Применять подобие треугольников, иметь представление о пропорциональности отрезков, составлять и решать пропорции по условию задачи	Программа	2
6	Количество	Интерпретировать	Сравнивать числа, составлять отношение величин, иметь представление о пропорциональности отрезков	Программа	2
7	Пространство и форма	Рассуждать	Распознавать подобные треугольники в сложных ситуациях, применять свойства подобных треугольников, составлять и решать пропорции по условию задачи, применять теорему Пифагора, переводить из одних единиц в другие	Эксперт	2

Вариант 2

№ задания	Содержательная область	Компетентностная область	Объект оценки	Тип проверки (эксперт/программа)	Балл за выполнение
ПЛАТНАЯ ДОРОГА					
1	Неопределенность и данные	Применять	Работать с информацией, представленной в форме таблицы (чтение таблиц)	Программа	2
2	Количество	Применять	Выполнять реальные денежные расчёты с извлечением данных из таблицы, выполнять вычисления с рациональными числами	Программа	2
3	Количество	Применять	Вычислять процентное отношение с извлечением данных из таблицы, выполнять вычисления с рациональными числами	Программа	1
4	Неопределенность и данные	Применять	Решать комбинаторные задачи на размещения с повторениями	Программа	1
ДЕЛЕНИЕ ОДНОКЛЕТОЧНЫХ ОРГАНИЗМОВ					
5	Изменение и зависимости	Формулировать	Читать и интерпретировать данные, представленные на графике, вычислять n-ый член геометрической прогрессии, степень числа с натуральным показателем, выполнять реальные расчёты	Программа	2
6	Изменение и зависимости	Формулировать	Читать и интерпретировать данные, представленные на графике, вычислять n-ый член геометрической прогрессии, степень числа с натуральным показателем	Эксперт	2
7	Количество	Рассуждать	Выполнять вычисления по вербально заданному правилу	Программа	2

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Диагностическая работа (9 класс)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

1 вариант

Домашние животные

Введение

Прочитайте введение. Затем нажмите на стрелку ДАЛЕЕ.

ДОМАШНИЕ ЖИВОТНЫЕ

Всероссийский центр изучения общественного мнения (ВЦИОМ) провёл в ноябре 2019 года опрос, в котором приняли участие россияне в возрасте от 18 лет. Метод – телефонное интервью, опрошено 1,6 тыс. респондентов.

Проводилось исследование: имеют ли жители России домашних животных, берут ли их с собой в поездки и готовы ли взять питомца из приюта для животных.

ДАЛЕЕ

Домашние животные

Задание 1 / 4

Прочитайте текст «Домашние животные», расположенный справа. Для ответа на вопрос отметьте в таблице нужные варианты ответа.

Корреспонденты новостных сайтов представили свою интерпретацию данных исследований.

В таблице представлено несколько сделанных ими выводов. Какие из этих утверждений являются верными, а какие – нет?

Отметьте «Верно» или «Неверно» для каждого утверждения.

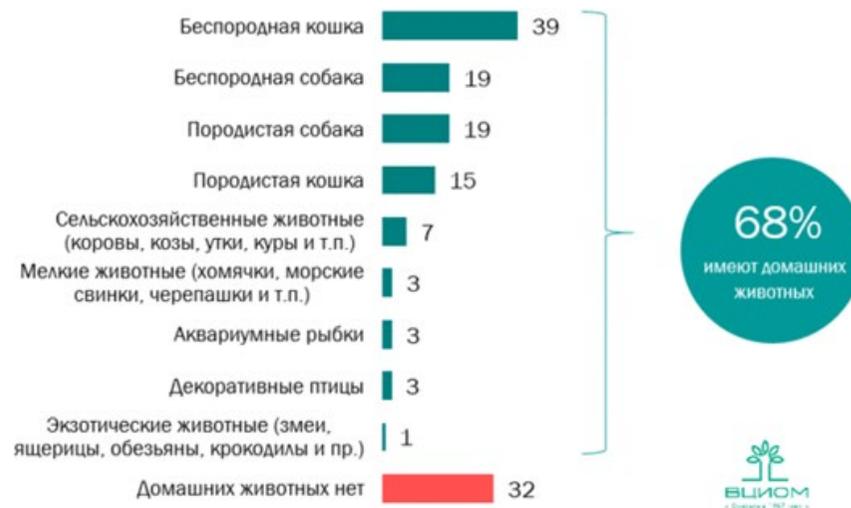
Утверждение	Верно	Неверно
1. Большинство россиян заявляют, что в их семье есть домашние животные.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Примерно каждый пятый опрошенный заявил о наличии у него породистой собаки.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Экзотическое животное россияне заводят чаще, чем сельскохозяйственное.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Россияне чаще заводят дома кошек, чем собак.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. О том, что у них есть хомячки, , заявили 3 % от всех опрошенных.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

ДОМАШНИЕ ЖИВОТНЫЕ

Был задан вопрос: У Вас в семье есть домашние животные или нет? Если есть, то какие?

Отвечая на вторую часть вопроса, респондент мог выбрать любое число предложенных ответов.

Результаты опроса представлены на диаграмме, на которой указаны % от всех опрошенных:



*Доли респондентов, выбравших варианты «другое» и «затрудняюсь ответить», на рисунке не представлены и составляют не более 1%.

Домашние животные

Задание 2 / 4

Воспользуйтесь текстом «Домашние животные», расположенным справа. Запишите свои ответы в виде чисел.

Часть информации представлена в виде инфографики. (<https://infographics.wciom.ru>).

Вставьте в кружки результаты ответов респондентов.

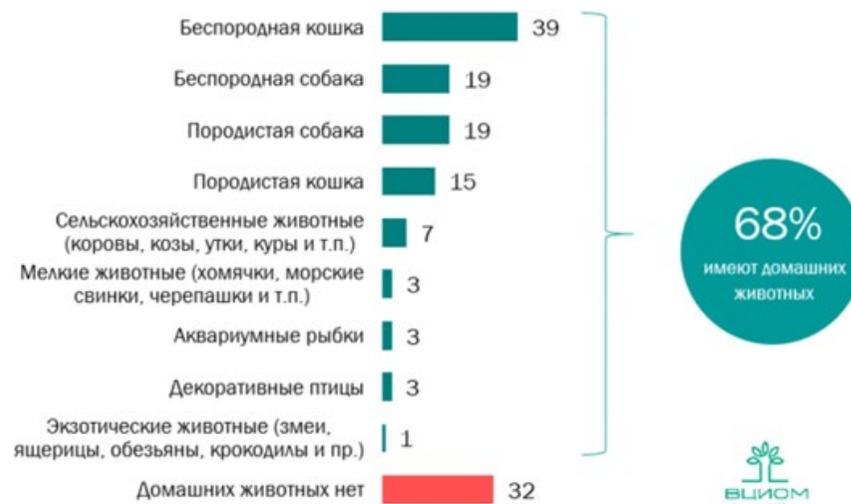


ДОМАШНИЕ ЖИВОТНЫЕ

Был задан вопрос: У Вас в семье есть домашние животные или нет? Если есть, то какие?

Отвечая на вторую часть вопроса, респондент мог выбрать любое число предложенных ответов.

Результаты опроса представлены на диаграмме, на которой указаны % от всех опрошенных:



*Доли респондентов, выбравших варианты «другое» и «затрудняюсь ответить», на рисунке не представлены и составляют не более 1%.

Домашние животные

Задание 3 / 4

Воспользуйтесь текстом «Домашние животные», расположенным справа. Для ответа на вопрос отметьте нужные варианты ответа.

Используйте результаты опроса, представленные на диаграмме, чтобы выбрать все верные утверждения.

Отметьте все верные варианты ответа.

Вероятность того, что в семье случайно выбранного россиянина...

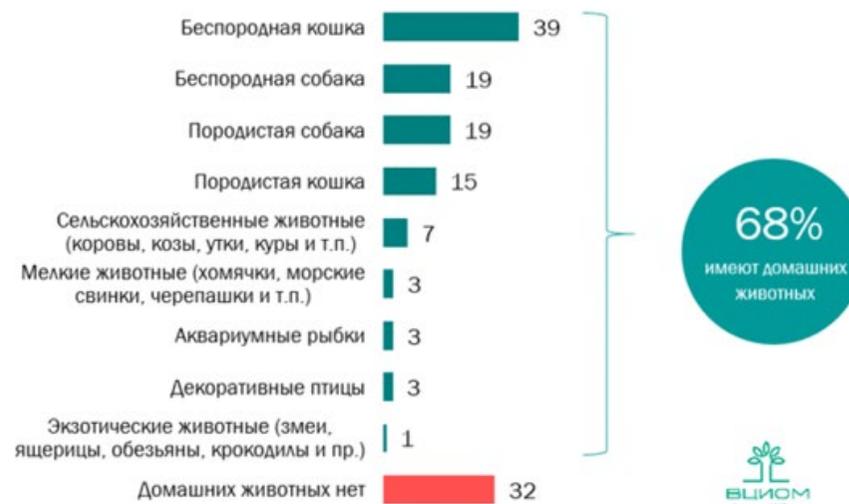
- нет домашнего животного, равна 0,32.
- есть породистая кошка, равна 0,15.
- есть собака, равна $0,19 + 0,19 = 0,38$.
- есть беспородная кошка, равна $0,68 \cdot 0,39 \approx 0,27$.
- есть мелкие животные или декоративные птицы, равна 0,03.

ДОМАШНИЕ ЖИВОТНЫЕ

Был задан вопрос: У Вас в семье есть домашние животные или нет? Если есть, то какие?

Отвечая на вторую часть вопроса, респондент мог выбрать любое число предложенных ответов.

Результаты опроса представлены на диаграмме, на которой указаны % от всех опрошенных:



*Доли респондентов, выбравших варианты «другое» и «затрудняюсь ответить», на рисунке не представлены и составляют не более 1%.

Домашние животные

Задание 4 / 4

Прочитайте текст «Домашние животные», расположенный справа. Запишите свои ответы на вопросы.

Сделайте выводы о готовности россиян взять домашнего питомца из приюта и о том, как изменяется отношение к этому вопросу с возрастом.

Запишите свои ответы.

Вывод 1 (о готовности россиян взять домашнего питомца из приюта):

Вывод 2 (как изменяется отношение к этому вопросу с возрастом):

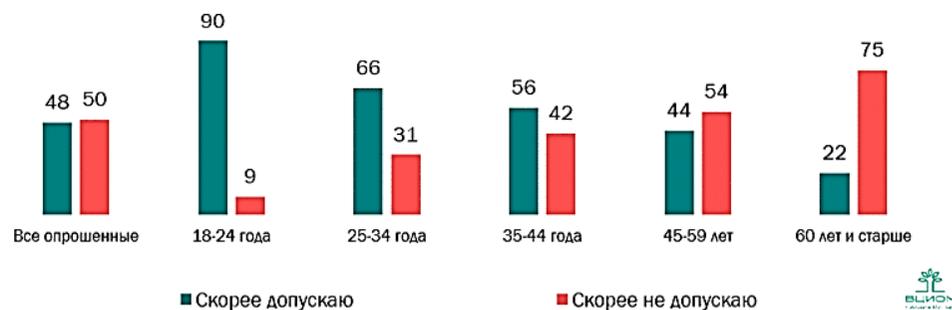
ДОМАШНИЕ ЖИВОТНЫЕ

В исследовании был задан вопрос об отношении к идее взять в свою семью домашнее животное из приюта.

Респондент мог выбрать только один вариант ответа.

Результаты представлены на диаграммах.

А Вы в принципе допускаете или не допускаете для себя в будущем взять домашнего питомца из приюта для животных? (закрытый вопрос, один ответ, %)



Проекционное расстояние

Задание 1 / 3

Прочитайте текст «Проекционное расстояние», расположенный справа. Запишите свой ответ на вопрос в виде числа.

Вы можете воспользоваться Online калькулятором <https://www.desmos.com/scientific>.

В кабинете химии установлен проектор, с помощью которого учитель показывает на уроках ученикам различные презентации и видеоматериалы.

Проектор полностью освещает настенный экран высотой 89 см, расположенный на расстоянии 2,2 м от него. Отношение ширины экрана к высоте (формат экрана) равно 16 : 9.

Данный экран пришёл в негодность, поэтому был приобретён новый экран, того же формата, но высотой 114 см, который установили на исходное место взамен старого. Требуется переустановить проектор.

На каком наименьшем расстоянии от нового настенного экрана необходимо установить проектор при его неизменных настройках, чтобы экран был полностью освещён?

Запишите свой ответ в виде числа. Ответ дайте в метрах, округлив его до десятых.

р.

ПРОЕКЦИОННОЕ РАССТОЯНИЕ

Чтобы правильно установить проектор, необходимо определить проекционное расстояние.

Проекционное расстояние – это расстояние от объектива проектора до экрана (рис. 1).

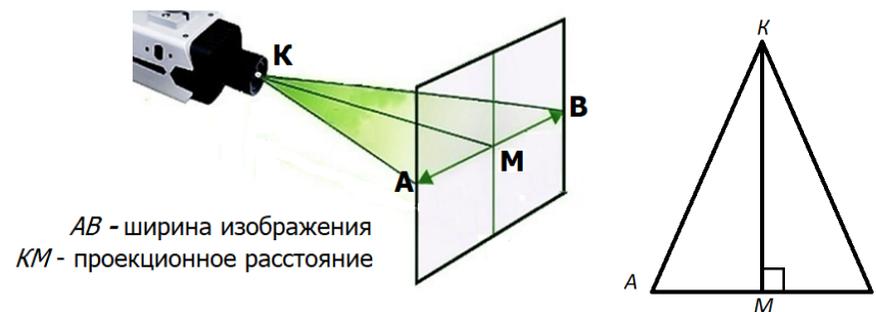


Рис. 1

Чем больше проекционное расстояние проектора, тем больше размер изображения (рис. 2).

Расчёт проекционного расстояния позволяет получить необходимое по размеру изображение.

Вычислить данное расстояние можно, зная **проекционный коэффициент** проектора.

Проекционный коэффициент проектора – это отношение проекционного расстояния к ширине проецируемого изображения.

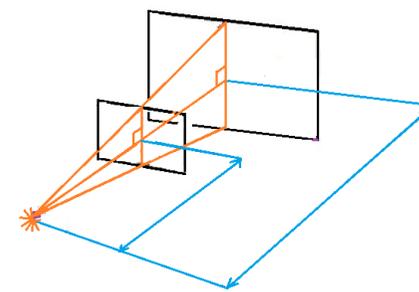


Рис. 2

Проекционное расстояние

Задание 2 / 3

Воспользуйтесь текстом «Проекционное расстояние», расположенным справа. Для ответа на вопрос отметьте в таблице нужные варианты ответа.

Отметьте «Верно» или «Неверно» для каждого утверждения.

№	Утверждение	Верно	Неверно
1	Чем меньше проекционное расстояние проектора, тем меньше размер изображения.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	Если проекционное расстояние равно 1,7 м, а ширина экрана 3 м, то проекционный коэффициент равен 1,8.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	Если проекционное расстояние меньше ширины проецируемого изображения, то значение проекционного коэффициента больше 1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

ПРОЕКЦИОННОЕ РАССТОЯНИЕ

Чтобы правильно установить проектор, необходимо определить проекционное расстояние.

Проекционное расстояние – это расстояние от объектива проектора до экрана (рис. 1).

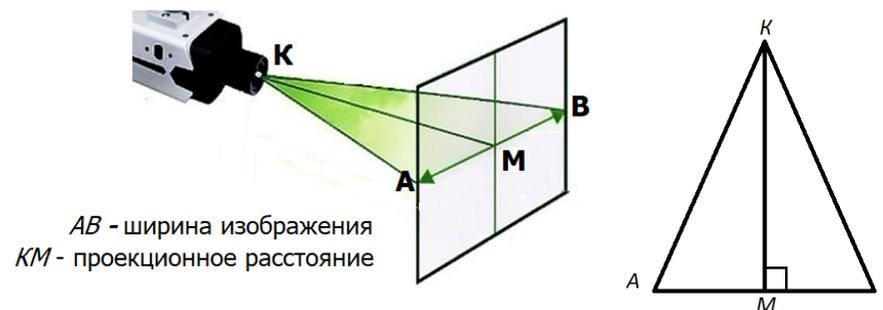


Рис. 1

Чем больше проекционное расстояние проектора, тем больше размер изображения (рис. 2).

Расчёт проекционного расстояния позволяет получить необходимое по размеру изображение.

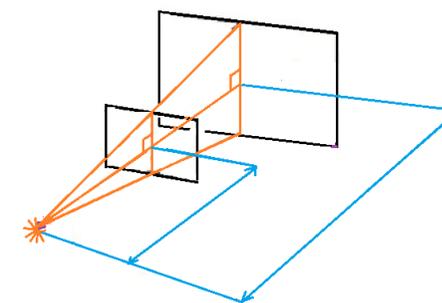


Рис. 2

Вычислить данное расстояние можно, зная **проекционный коэффициент** проектора.

Проекционный коэффициент проектора – это отношение проекционного расстояния к ширине проецируемого изображения.

Проекционное расстояние

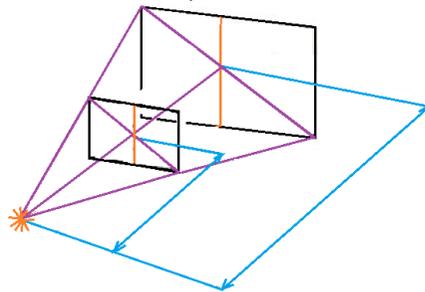
Задание 3 / 3

Воспользуйтесь текстом «Проекционное расстояние», расположенным справа. Запишите свой ответ на вопрос, а затем запишите решение.

В таблице даны размеры проецируемого изображения на экран, которые достигаются расположением проектора, установленного в классе, на определённом расстоянии от экрана.

Проекционное расстояние (м)	Размер изображения	
	Диагональ (дюймы*)	Ширина x Высота (см)
1,5	38	76x57
2,0	50	102x76
2,5	63	127x95
3,0	75	152x114

*Для справок: 1 дюйм \approx 2,54 см.



Каким будет размер диагонали проецируемого изображения (в дюймах) при расположении проектора на расстоянии 2,8 м от экрана?

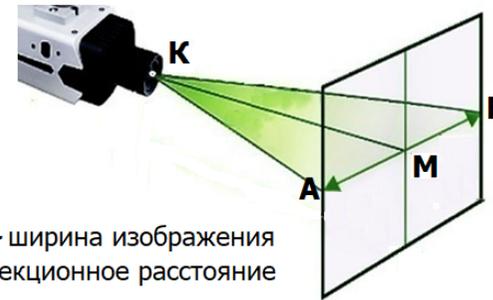
Результат округлите до целого. Запишите свой ответ.

Приведите вычисления и обоснуйте их геометрически.

ПРОЕКЦИОННОЕ РАССТОЯНИЕ

Чтобы правильно установить проектор, необходимо определить проекционное расстояние.

Проекционное расстояние – это расстояние от объектива проектора до экрана (рис. 1).



АВ - ширина изображения
КМ - проекционное расстояние

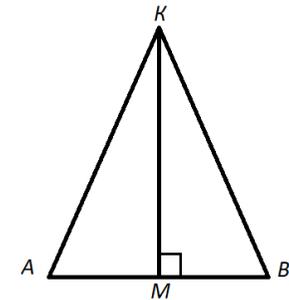


Рис. 1

Чем больше проекционное расстояние проектора, тем больше размер изображения (рис. 2).

Расчёт проекционного расстояния позволяет получить необходимое по размеру изображение.

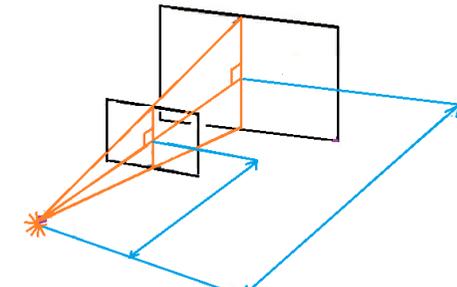


Рис. 2

Вычислить данное расстояние можно, зная **проекционный коэффициент** проектора.

Проекционный коэффициент проектора – это отношение проекционного расстояния к ширине проецируемого изображения.

2 вариант

Платная дорога

Задание 1 / 4

Прочитайте текст «Платная дорога», расположенный справа.
Запишите свой ответ на вопрос в виде числа.

Определите стоимость проезда на участке от д. Тимохино до п. Бабынино в субботу в 8.00 при проезде с транспондером.

Запишите свой ответ в виде числа.

ПЛАТНАЯ ДОРОГА

Транспондер – электронное средство регистрации проезда по платной дороге. Оно устанавливается на лобовое стекло транспортного средства и имеет уникальный идентификационный номер. Достаточно проехать под специальными рамками и деньги спишутся с лицевого счета владельца автоматически.

В таблице представлена стоимость проезда по платной дороге по двум участкам трассы М-3: с транспондером и с оплатой наличными или банковской картой. Стоимость проезда различается по дням недели и по времени суток.

Обозначения в таблице:



Оплата наличными или банковской картой



Проезд с транспондером



Время проезда «День»:
с 07:00:00 до 23:59:59



Время проезда «Ночь»:
с 00:00:00 до 06:59:59

Участки трассы М-3	Время проезда: день/ночь	Стоимость проезда по дням недели, руб.			
		ПН-ЧТ		ПТ-ВС	
124 км – 150 км г. Малоярославец – д. Тимохино		60	54	70	63
		45	40,5	45	40,5
150 км – 194 км д. Тимохино – п. Бабынино		90	81	100	90
		65	58,5	65	58,5

Платная дорога

Задание 2 / 4

Воспользуйтесь текстом «Платная дорога», расположенным справа. Заполните таблицу.

Определите суммарную стоимость проезда по двум участкам платной дороги от 124 до 194 км по различным тарифам.

Заполните таблицу.

Участок трассы М-3	Стоимость проезда по дням недели, руб.				
	Время проезда: день/ночь	ПН-ЧТ		ПТ-ВС	
124 км – 194 км г. Малоярославец – п. Бабынино					

ПЛАТНАЯ ДОРОГА

Транспондер – электронное средство регистрации проезда по платной дороге. Оно устанавливается на лобовое стекло транспортного средства и имеет уникальный идентификационный номер. Достаточно проехать под специальными рамками и деньги спишутся с лицевого счета владельца автоматически.

В таблице представлена стоимость проезда по платной дороге по двум участкам трассы М-3: с транспондером и с оплатой наличными или банковской картой. Стоимость проезда различается по дням недели и по времени суток.

Обозначения в таблице:

	Оплата наличными или банковской картой		Проезд с транспондером
	Время проезда «День»: с 07:00:00 до 23:59:59		Время проезда «Ночь»: с 00:00:00 до 06:59:59

Участки трассы М-3	Стоимость проезда по дням недели, руб.				
	Время проезда: день/ночь	ПН-ЧТ		ПТ-ВС	
124 км – 150 км г. Малоярославец – д. Тимохино		60	54	70	63
		45	40,5	45	40,5
150 км – 194 км д. Тимохино – п. Бабынино		90	81	100	90
		65	58,5	65	58,5

Платная дорога

Задание 3 / 4

Воспользуйтесь текстом «Платная дорога», расположенным справа. Запишите свой ответ на вопрос в виде числа.

Сколько процентов составляет скидка на проезд с транспондером?

Запишите свой ответ в виде числа.

ПЛАТНАЯ ДОРОГА

Транспондер – электронное средство регистрации проезда по платной дороге. Оно устанавливается на лобовое стекло транспортного средства и имеет уникальный идентификационный номер. Достаточно проехать под специальными рамками и деньги спишутся с лицевого счета владельца автоматически.

В таблице представлена стоимость проезда по платной дороге по двум участкам трассы М-3: с транспондером и с оплатой наличными или банковской картой. Стоимость проезда различается по дням недели и по времени суток.

Обозначения в таблице:



Оплата наличными или банковской картой



Проезд с транспондером



Время проезда «День»: с 07:00:00 до 23:59:59



Время проезда «Ночь»: с 00:00:00 до 06:59:59

Участки трассы М-3	Стоимость проезда по дням недели, руб.				
	Время проезда: день/ночь	ПН-ЧТ		ПТ-ВС	
124 км – 150 км г. Малоярославец – д. Тимохино		60	54	70	63
		45	40,5	45	40,5
150 км – 194 км д. Тимохино – п. Бабынино		90	81	100	90
		65	58,5	65	58,5

Платная дорога

Задание 4 / 4

Воспользуйтесь текстом «Платная дорога», расположенным справа. Для ответа на вопрос отметьте нужный вариант ответа.

Идентификационный номер транспондера имеет 19 цифр. Какое количество транспондеров можно выпустить, если каждый номер начинается с комбинации 3086595, используются все цифры, цифры в нём могут повторяться?

Отметьте **один** верный вариант ответа.

- 10^{12}
- 12^{10}
- $10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$
- 10^{19}

ПЛАТНАЯ ДОРОГА

Транспондер – электронное средство регистрации проезда по платной дороге. Оно устанавливается на лобовое стекло транспортного средства и имеет уникальный идентификационный номер. Достаточно проехать под специальными рамками и деньги спишутся с лицевого счета владельца автоматически.

В таблице представлена стоимость проезда по платной дороге по двум участкам трассы М-3: с транспондером и с оплатой наличными или банковской картой. Стоимость проезда различается по дням недели и по времени суток.

Обозначения в таблице:



Оплата наличными или банковской картой



Проезд с транспондером



Время проезда «День»: с 07:00:00 до 23:59:59



Время проезда «Ночь»: с 00:00:00 до 06:59:59

Участки трассы М-3	Время проезда: день/ночь	Стоимость проезда по дням недели, руб.			
		ПН-ЧТ		ПТ-ВС	
124 км – 150 км г. Малоярославец – д. Тимохино		60	54	70	63
		45	40,5	45	40,5
150 км – 194 км д. Тимохино – п. Бабынино		90	81	100	90
		65	58,5	65	58,5

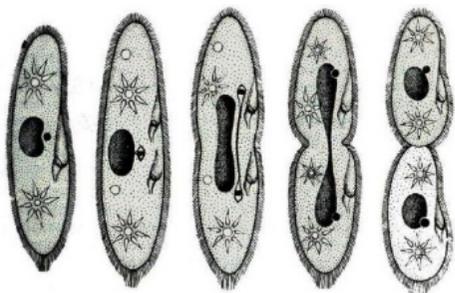
Деление одноклеточных организмов

Задание 1 / 3

Прочитайте текст «Деление одноклеточных организмов», расположенный справа. Выберите верный вариант ответа в А и запишите ответ на вопрос в Б.

Вы можете воспользоваться Online калькулятором <https://www.desmos.com/scientific>.

Одним из представителей простых одноклеточных организмов является инфузория-туфелька. На рисунке ниже показано деление одной инфузории-туфельки.



А) Используя график, составьте формулу для вычисления количества инфузорий n , которое получается после определённого числа делений d каждой клетки надвое.

Отметьте **один** верный вариант ответа.

- $n = 2 + d$
- $n = 2d$
- $n = d^2$
- $n = 2^d$

Б) Определите, какое число инфузорий появится после её 7-го деления.

Запишите свой ответ.

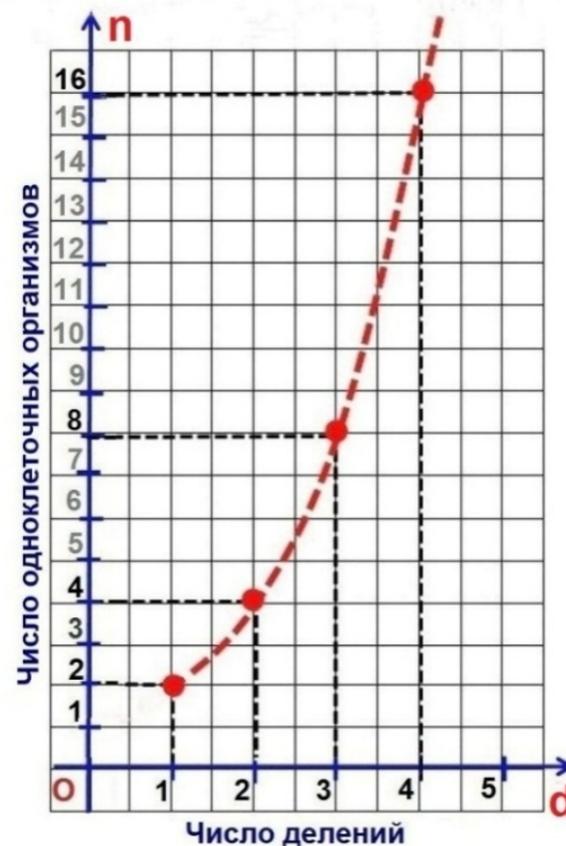
Источник:

https://studfile.net/html/2706/394/html_7m95jKZIP8.D0oh/img-icEhfA.jpg

ДЕЛЕНИЕ ОДНОКЛЕТОЧНЫХ ОРГАНИЗМОВ

Простое деление одноклеточных организмов осуществляется путём деления одной клетки надвое.

На графике показан рост численности одноклеточного организма при делении каждой клетки надвое.

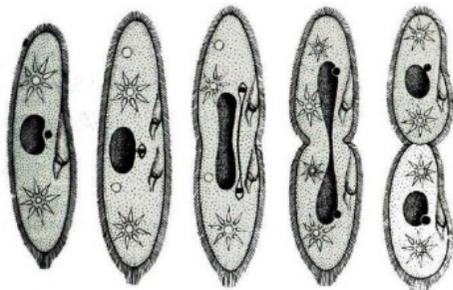


Деление одноклеточных организмов

Задание 2 / 3

Воспользуйтесь текстом «Деление одноклеточных организмов», расположенным справа. Запишите свой ответ в виде числа, а затем запишите решение.

На рисунке показано деление одной инфузории-туфельки.



Сколько инфузорий было первоначально, если после пятикратного деления их стало 192?

Запишите свой ответ в виде числа.

Подтвердите свой ответ, приведя соответствующие вычисления.

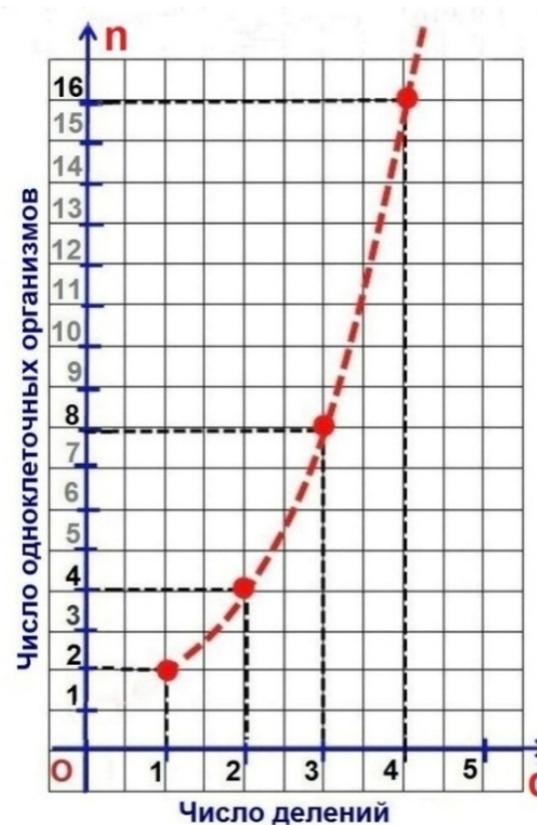
Источник:

https://studfile.net/html/2706/394/html_7m95jKZIP8.D0oh/img-icEhfA.jpg

ДЕЛЕНИЕ ОДНОКЛЕТОЧНЫХ ОРГАНИЗМОВ

Простое деление одноклеточных организмов осуществляется путём деления одной клетки надвое.

На графике показан рост численности одноклеточного организма при делении каждой клетки надвое.



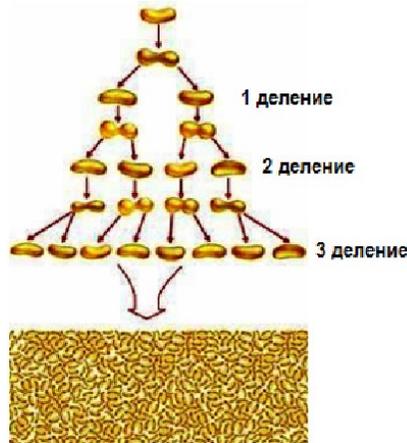
Деление одноклеточных организмов

Задание 3 / 3

Воспользуйтесь текстом «Деление одноклеточных организмов», расположенным справа. Запишите свои ответы на вопросы в таблице.

Среди одноклеточных организмов есть бактерии, к которым относится кишечная палочка. Данная бактерия, попав в благоприятные условия для живого организма, через $\frac{1}{3}$ часа делится на две бактерии, затем каждая из образовавшихся бактерий снова через $\frac{1}{3}$ часа делится на две и т.д.

Укажите в таблице количество бактерий, образующихся из одной бактерии, попавшей в благоприятные условия, за указанные промежутки времени.

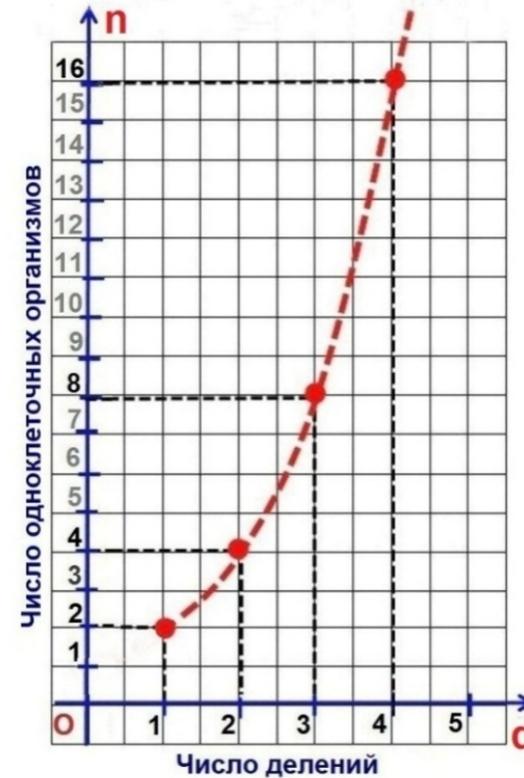


Время	Число бактерий, образующихся из одной бактерии
за 60 минут	
за 3 часа	

ДЕЛЕНИЕ ОДНОКЛЕТОЧНЫХ ОРГАНИЗМОВ

Простое деление одноклеточных организмов осуществляется путём деления одной клетки надвое.

На графике показан рост численности одноклеточного организма при делении каждой клетки надвое.



ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЙ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ

Диагностическая работа
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ (9 класс)

Вариант 1

ЗАДАНИЕ 1. ДОМАШНИЕ ЖИВОТНЫЕ (1 из 4). МФГ_МА_9_016_01_A10

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ:

- **Содержательная область оценки:** неопределенность и данные
- **Компетентностная область оценки:** интерпретировать
- **Контекст:** общественный
- **Уровень сложности:** низкий
- **Формат ответа:** задание с комплексным множественным выбором
- **Объект оценки:** читать диаграммы
- **Максимальный балл:** 2 балла

Система оценивания:

Балл	Содержание критерия
2	Дан верный ответ: Верно – Верно – Неверно – Верно – Неверно.
1	Даны верно любые 4 ответа, один ответ дан неверно или отсутствует.
0	Другие варианты или ответ отсутствует.

ЗАДАНИЕ 2. ДОМАШНИЕ ЖИВОТНЫЕ (2 из 4). МФГ_МА_9_016_02_A10

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ:

- **Содержательная область оценки:** неопределенность и данные
- **Компетентностная область оценки:** формулировать
- **Контекст:** общественный
- **Уровень сложности:** низкий
- **Формат ответа:** задание с несколькими краткими ответами
- **Объект оценки:** использовать разные наглядные способы представления данных
- **Максимальный балл:** 1 балл

Система оценивания:

Балл	Содержание критерия										
1	 <p>РОССИЯ – СТРАНА КОТОВ!</p> <p>У Вас в семье есть домашние животные или нет? Если есть, то какие? (открытый вопрос, любое число ответов. % от всех опрошенных. ТОП-Содержательных ответов)</p> <table border="1"> <tr> <td>БЕСПОРОДНАЯ КОШКА</td> <td>БЕСПОРОДНАЯ СОБАКА</td> <td>ПОРОДИСТАЯ СОБАКА</td> <td>ПОРОДИСТАЯ КОШКА</td> <td>НЕТ, ДОМАШНИХ ЖИВОТНЫХ НЕТ</td> </tr> <tr> <td>39</td> <td>19</td> <td>19</td> <td>15</td> <td>32</td> </tr> </table> <p>у 68% РОССИЯН В СЕМЬЕ ЕСТЬ ДОМАШНИЕ ЖИВОТНЫЕ</p>	БЕСПОРОДНАЯ КОШКА	БЕСПОРОДНАЯ СОБАКА	ПОРОДИСТАЯ СОБАКА	ПОРОДИСТАЯ КОШКА	НЕТ, ДОМАШНИХ ЖИВОТНЫХ НЕТ	39	19	19	15	32
БЕСПОРОДНАЯ КОШКА	БЕСПОРОДНАЯ СОБАКА	ПОРОДИСТАЯ СОБАКА	ПОРОДИСТАЯ КОШКА	НЕТ, ДОМАШНИХ ЖИВОТНЫХ НЕТ							
39	19	19	15	32							
0	Другие варианты или ответ отсутствует.										

ЗАДАНИЕ 3. ДОМАШНИЕ ЖИВОТНЫЕ (3 из 4). МФГ_МА_9_016_03_A10

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ:

- **Содержательная область оценки:** неопределенность и данные
- **Компетентностная область оценки:** применять
- **Контекст:** общественный
- **Уровень сложности:** средний
- **Формат ответа:** задание с выбором нескольких верных ответов
- **Объект оценки:** вычислять вероятность события
- **Максимальный балл:** 1 балл

Система оценивания:

Балл	Содержание критерия
1	Выбраны ответы: 1 (нет домашнего животного, равна 0,32) и 2 (есть породистая кошка, равна 0,15).
0	Другие варианты или ответ отсутствует.

ЗАДАНИЕ 4. ДОМАШНИЕ ЖИВОТНЫЕ (4 из 4). МФГ_МА_9_016_04_A10

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ:

- **Содержательная область оценки:** неопределенность и данные
- **Компетентностная область оценки:** рассуждать
- **Контекст:** общественный
- **Уровень сложности:** средний
- **Формат ответа:** задание с развернутым ответом
- **Объект оценки:** читать столбчатые диаграммы, интерпретировать информацию
- **Максимальный балл:** 2 балла

Система оценивания:

Балл	Содержание критерия
2	В ответе содержится два вывода: о том, что примерно половина россиян готова взять домашнего питомца из приюта, а половина не готова, а также вывод о том, что с возрастом эта готовность уменьшается (с 90% до 22%). Комментарий: допускается вывод: «В результате исследования можно сделать вывод о том, что с возрастом отношение к животным из приюта меняется на безразличие и отказ от лишней ответственности» (ответ без указания процентов допускается).
1	Верно описан один из выводов.
0	Другие варианты или ответ отсутствует.

ЗАДАНИЕ 5. ПРОЕКЦИОННОЕ РАССТОЯНИЕ (1 из 3). МФГ_МА_9_020_01_A10

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ:

- **Содержательная область оценки:** пространство и форма
- **Компетентностная область оценки:** формулировать
- **Контекст:** научный
- **Уровень сложности:** средний
- **Формат ответа:** задание с кратким ответом
- **Объект оценки:** применять подобие треугольников, иметь представление о пропорциональности отрезков, составлять и решать пропорции по условию задачи.
- **Максимальный балл:** 2 балла

Система оценивания:

Балл	Содержание критерия
2	Дан верный ответ: 2,8.
1	Дан ответ: 3 ИЛИ 2,9 ИЛИ 2,82 (неверное округление).
0	Другие варианты или ответ отсутствует.

ЗАДАНИЕ 6. ПРОЕКЦИОННОЕ РАССТОЯНИЕ (2 из 3). МФГ_МА_9_020_02_A10

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ:

- **Содержательная область оценки:** количество
- **Компетентностная область оценки:** интерпретировать
- **Контекст:** научный
- **Уровень сложности:** средний
- **Формат ответа:** задание с комплексным множественным выбором
- **Объект оценки:** сравнивать числа, составлять отношение величин, иметь представление о пропорциональности отрезков.
- **Максимальный балл:** 2 балла

Система оценивания:

Балл	Содержание критерия																
2	<p>Дан верный ответ:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th align="center">№</th> <th align="center">Утверждение</th> <th align="center">Верно</th> <th align="center">Неверно</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td align="center">1</td> <td>Чем меньше проекционное расстояние проектора, тем меньше размер изображения.</td> <td align="center">☉</td> <td align="center">○</td> </tr> <tr> <td align="center">2</td> <td>Если проекционное расстояние равно 1,7 м, а ширина экрана 3 м, то проекционный коэффициент равен 1,8.</td> <td align="center">○</td> <td align="center">☉</td> </tr> <tr> <td align="center">3</td> <td>Если проекционное расстояние меньше ширины проецируемого изображения, то значение проекционного коэффициента больше 1.</td> <td align="center">○</td> <td align="center">☉</td> </tr> </tbody> </table>	№	Утверждение	Верно	Неверно	1	Чем меньше проекционное расстояние проектора, тем меньше размер изображения.	☉	○	2	Если проекционное расстояние равно 1,7 м, а ширина экрана 3 м, то проекционный коэффициент равен 1,8.	○	☉	3	Если проекционное расстояние меньше ширины проецируемого изображения, то значение проекционного коэффициента больше 1.	○	☉
№	Утверждение	Верно	Неверно														
1	Чем меньше проекционное расстояние проектора, тем меньше размер изображения.	☉	○														
2	Если проекционное расстояние равно 1,7 м, а ширина экрана 3 м, то проекционный коэффициент равен 1,8.	○	☉														
3	Если проекционное расстояние меньше ширины проецируемого изображения, то значение проекционного коэффициента больше 1.	○	☉														
1	Даны два верных ответа, третий ответ дан неверно или отсутствует.																
0	Другие варианты или ответ отсутствует.																

ЗАДАНИЕ 7. ПРОЕКЦИОННОЕ РАССТОЯНИЕ (3 из 3). МФГ МА 9 020 03 А10

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ:

- **Содержательная область оценки:** пространство и форма
- **Компетентностная область оценки:** рассуждать
- **Контекст:** научный
- **Уровень сложности:** высокий
- **Формат ответа:** задание с кратким и развернутым ответом
- **Объект оценки:** распознавать подобные треугольники в сложных ситуациях, применять свойства подобных треугольников, составлять и решать пропорции по условию задачи, применять теорему Пифагора, переводить из одних единиц в другие.
- **Максимальный балл:** 2 балла

Система оценивания:

Балл	Содержание критерия
2	<p>Дан верный ответ: 70 или 69 или 71. Приведено верное решение. Возможные варианты решения: <i>Вариант 1 решения:</i> $3 : 75 = 2,8 : x; x = 75 \cdot 2,8 : 3 = 70$ (из подобия треугольников следует равенство отношений длин соответственных элементов); <i>Вариант 2 решения:</i> 1) коэффициент равен $3 : 1,52 = 1,97$; 2) $3 : 2,8 = 1,52 : x; x = 2,8 \cdot 1,52 : 3 = 1,4$ (из подобия треугольников); 3) $1,4 : x = 152 : 114; x = 1,4 \cdot 114 : 152 = 1,05$ (из подобия треугольников); 4) $1,05^2 + 1,4^2 = 3,06$; следовательно, длина диагонали равна 1,75 м (по теореме Пифагора); 5) $175 : 2,54 = 69$ (длина диагонали в дюймах). Комментарий: Для составления пропорций учащиеся могут использовать любые строки таблицы. Например: $2,0 : 2,8 = 50 : x, x = 70$.</p>
1	<p>Дан верный ответ. Приведено верное решение, нет пояснений. Или: логика решения верна, есть обоснования, но допущена одна вычислительная ошибка.</p>
0	<p>Другие варианты или ответ отсутствует.</p>

Вариант 2

ЗАДАНИЕ 1. ПЛАТНАЯ ДОРОГА (1 из 4). МФГ_МА_9_040_01_A10	
ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ:	
<ul style="list-style-type: none"> • Содержательная область: неопределенность и данные • Компетентностная область: применять • Контекст: общественный • Уровень сложности: низкий • Формат ответа: задание с кратким ответом • Объект оценки: работать с информацией, представленной в форме таблицы (чтение таблиц) • Максимальный балл: 2 балла 	
Система оценивания:	
Балл	Содержание критерия
2	Записано число 90.
1	Записано число 100 или 58,5 или 58.5.
0	Другой ответ или ответ отсутствует.

ЗАДАНИЕ 2. ПЛАТНАЯ ДОРОГА (2 из 4). МФГ_МА_9_040_02_A10																											
ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ:																											
<ul style="list-style-type: none"> • Содержательная область: количество • Компетентностная область: применять • Контекст: общественный • Уровень сложности: средний • Формат ответа: задание с несколькими краткими ответами • Объект оценки: выполнять реальные денежные расчёты с извлечением данных из таблицы, выполнять вычисления с рациональными числами • Максимальный балл: 2 балла 																											
Система оценивания:																											
Балл	Содержание критерия																										
2	Верно заполнены все ячейки таблицы: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th rowspan="3">Участок трассы М-3</th> <th colspan="4">Стоимость проезда без/с транспондером по дням недели, руб.</th> </tr> <tr> <th rowspan="2">Время проезда: день/ночь</th> <th colspan="2">ПН-ЧТ</th> <th colspan="2">ПТ-ВС</th> </tr> <tr> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>124 км - 194 км</td> <td></td> <td>150</td> <td>135</td> <td>170</td> <td>153</td> </tr> <tr> <td>г. Малоярославец - п. Бабынино</td> <td></td> <td>110</td> <td>99</td> <td>110</td> <td>99</td> </tr> </tbody> </table>	Участок трассы М-3	Стоимость проезда без/с транспондером по дням недели, руб.				Время проезда: день/ночь	ПН-ЧТ		ПТ-ВС						124 км - 194 км		150	135	170	153	г. Малоярославец - п. Бабынино		110	99	110	99
Участок трассы М-3	Стоимость проезда без/с транспондером по дням недели, руб.																										
	Время проезда: день/ночь		ПН-ЧТ		ПТ-ВС																						
																											
124 км - 194 км		150	135	170	153																						
г. Малоярославец - п. Бабынино		110	99	110	99																						
1	Верно заполнена одна из строк или любые два столбца.																										
0	Другой ответ или ответ отсутствует.																										

ЗАДАНИЕ 3. ПЛАТНАЯ ДОРОГА (3 из 4). МФГ_МА_9_040_03_A10

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ:

- **Содержательная область:** количество
- **Компетентностная область:** применять
- **Контекст:** общественный
- **Уровень сложности:** низкий
- **Формат ответа:** задание с кратким ответом
- **Объект оценки:** вычислять процентное отношение с извлечением данных из таблицы, выполнять вычисления с рациональными числами
- **Максимальный балл:** 1 балл

Система оценивания:

Балл	Содержание критерия
1	Записано число 10.
0	Другой ответ или ответ отсутствует.

ЗАДАНИЕ 4. ПЛАТНАЯ ДОРОГА (4 из 4). МФГ_МА_9_040_04_A10

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ:

- **Содержательная область:** неопределенность и данные
- **Компетентностная область:** применять
- **Контекст:** общественный
- **Уровень сложности:** низкий
- **Формат ответа:** задание с выбором одного верного ответа
- **Объект оценки:** решать комбинаторные задачи на размещения с повторениями
- **Максимальный балл:** 1 балл

Система оценивания:

Балл	Содержание критерия
1	Выбран ответ 1 (10^{12}).
0	Выбран другой вариант ответа или ответ отсутствует.

ЗАДАНИЕ 5. ДЕЛЕНИЕ ОДНОКЛЕТОЧНЫХ ОРГАНИЗМОВ (1 из 3).

МФГ МА 9 019 01 А10

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ:

- **Содержательная область оценки:** изменение и зависимости
- **Компетентностная область оценки:** формулировать
- **Контекст:** научный
- **Уровень сложности:** средний
- **Формат ответа:** задание с выбором ответа и кратким ответом (с использованием клавиатуры)
- **Объект оценки:** читать и интерпретировать данные, представленные на графике, вычислять n -ый член геометрической прогрессии, степень числа с натуральным показателем, выполнять реальные расчёты
- **Максимальный балл:** 2 балла

Система оценивания:

Балл	Содержание критерия
2	Оба ответа даны верно: А) 4 ($n = 2^d$); Б) 128.
1	Ответ дан верно на один вопрос, ответ на другой вопрос отсутствует или дан неверно.
0	Другие варианты или ответ отсутствует.

ЗАДАНИЕ 6. ДЕЛЕНИЕ ОДНОКЛЕТОЧНЫХ ОРГАНИЗМОВ. (2 из 3)

МФГ МА 9 019 02 А10

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ:

- **Содержательная область оценки:** изменение и зависимости
- **Компетентностная область оценки:** формулировать
- **Контекст:** научный
- **Уровень сложности:** высокий
- **Формат ответа:** задание с кратким и развернутым ответом
- **Объект оценки:** читать и интерпретировать данные, представленные на графике, вычислять n -ый член геометрической прогрессии, степень числа с натуральным показателем
- **Максимальный балл:** 2 балла

Система оценивания:

Балл	Содержание критерия
2	Дан верный ответ: 6, приведено верное решение. <i>Возможные варианты решения:</i> <i>Вариант 1:</i> Число инфузорий каждый раз (при каждом делении) увеличивается в 2 раза, значит, количество инфузорий увеличивается в геометрической прогрессии. $q = 2$; $b_6 = 192$; $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}; b_6 = b_1 \cdot q^5; b_1 = \frac{b_6}{q^5} = \frac{192}{32} = 6$. <i>Вариант 2:</i> $192 : 2 = 96; 96 : 2 = 48; 48 : 2 = 24; 24 : 2 = 12; 12 : 2 = 6$.
1	Приведена верная запись для вычисления первого члена геометрической прогрессии: $\frac{b_6}{q^5} = \frac{192}{32}$, однако, при вычислении допущена арифметическая ошибка, в результате которой дан неверный ответ или ответ: 12 (что соответствует записи $b_5 = b_1 \cdot q^4$) или ответ отсутствует.
0	Другие варианты или ответ отсутствует.

ЗАДАНИЕ 7. ДЕЛЕНИЕ ОДНОКЛЕТОЧНЫХ ОРГАНИЗМОВ. (3 из 3)

МФГ МА 9 019 03 А10

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАНИЯ:

- **Содержательная область оценки:** количество
- **Компетентностная область оценки:** рассуждать
- **Контекст:** научный
- **Уровень сложности:** средний
- **Формат ответа:** задание с несколькими краткими ответами
- **Объект оценки:** выполнять вычисления по вербально заданному правилу
- **Максимальный балл:** 2 балла

Система оценивания:

Балл	Содержание критерия
2	Даны верно оба ответа: 1) 8; 2) 512.
1	Дан ответ на один вопрос, ответ на другой вопрос отсутствует или дан неверно.
0	Другие варианты или ответ отсутствует.